MATEMATICAS II

PROBABILIDAD TOTAL

https://aprendeconmigomelon.com

9 de marzo de 2023

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

En este libro he reunido una serie de ejercicios de Probabilidad Total, la mayoría de los cuales han sido propuestos en los exámenes de Matemáticas II de diferentes Comunidades. Si no tienes suficiente con estos ejercicios te recomientdo que eches un vistazo al correspondiente de Matremáticas aaplicadas a las CCSS, ya que en este tema en particular el nivel exigido es muy similar. Espero que te guste melón ;)

Índice general

Ejercicios de Probabilidad Total

Ejercicio 1

En un aula de dibujo hay 40 sillas, 30 con respaldo y 10 sin él. Entre las sillas sin respaldo hay 3 nuevas y entre las sillas con respaldo hay 7 nuevas.

a) *Tomada una silla al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea nueva?*

b) *Si se coge una silla que no es nueva, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga respaldo.*

Solución.

Sean los sucesos:

$R \equiv$ "La silla tiene respaldo" $\qquad N \equiv$ "La silla es nueva"

1ª Forma: Tabla de Contingencia

Resolveremos el ejercicio mediante una tabla de contingencia en donde pondremos los datos y completaremos el resto (en azul).

	R	$\overline{R}$	**Total**
N	7	3	10
$\overline{N}$	23	7	30
Total	30	10	40

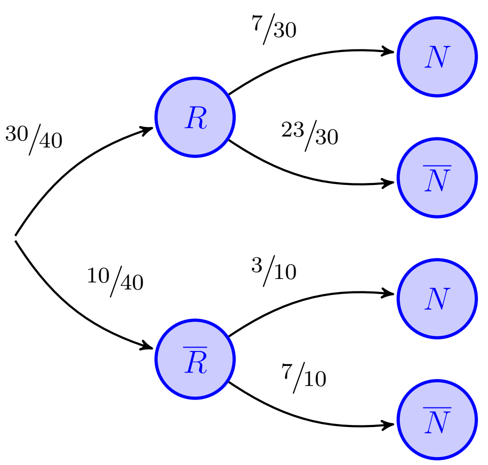
a) $P(N) = \dfrac{10}{40} = 0.25$

b) $P(\overline{R} \mid \overline{N}) = \dfrac{7}{30} = 0.2333$

2ª Forma: Diagrama de Árbol

$$P(R) = \frac{30}{40} \quad \& \quad P(R \cap N) = P(R) \cdot P(N \mid R) \Rightarrow P(N \mid R) = \frac{P(R \cap N)}{P(R)} = \frac{7/40}{30/40} = \frac{7}{30}$$

$$P(\overline{R} \cap N) = P(\overline{R}) \cdot P(N \mid \overline{R}) \implies P(N \mid \overline{R}) = \frac{P(\overline{R} \cap N)}{P(\overline{R})} = \frac{3/40}{1 - 30/40} = \frac{3}{10}$$



a) $P(N) = P\big((R \cap N) \cup (\overline{R} \cap N)\big)$

$= P(R \cap N) + P(\overline{R} \cap N)$

$= P(R) \cdot P(N \mid R) + P(\overline{R}) \cdot P(N \mid \overline{R})$

$= \dfrac{30}{40} \cdot \dfrac{7}{30} + \dfrac{10}{40} \cdot \dfrac{3}{10} = 0.25$

b) $P(\overline{R} \mid \overline{N}) = \dfrac{P(\overline{R} \cap \overline{N})}{P(\overline{N})} = \dfrac{P(\overline{R}) \cdot P(\overline{N} \mid \overline{R})}{1 - P(N)}$

$= \dfrac{10/40 \cdot 7/10}{1 - 0.25} = 0.2333$

Ejercicio 2

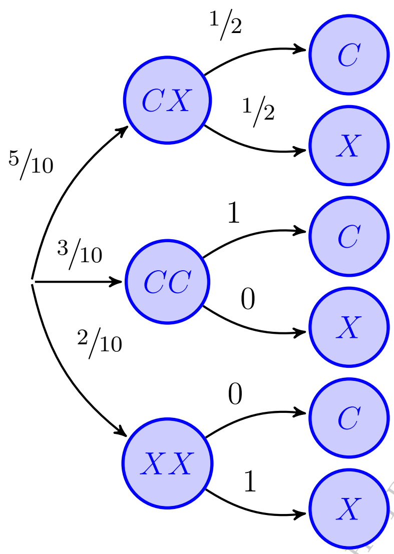
Una bolsa contiene diez monedas equilibradas. Cinco de dichas monedas tienen cara y cruz, otras tres son monedas con dos caras y las dos restantes son monedas con dos cruces. Se elige al azar una moneda de la bolsa y se lanza.

a) Calcúlese la probabilidad de que salga cara en dicho lanzamiento.

b) Si en el lanzamiento ha salido cara, ¿cuál es la probabilidad de que la moneda elegida tenga cara y cruz?

Solución.

$CX \equiv$ "Elegir una moneda con cara y cruz" $CC \equiv$ "Elegir una moneda con dos caras"
$XX \equiv$ "Elegir una moneda con dos cruces" $C \equiv$ "Salir cara en el lanzamiento"
$X \equiv$ "Salir curz en el lanzamiento"



a) $P(C) = P\big((CX \cap C) \cup (CC \cap C) \cup (XX \cap C)\big)$
$= (CX \cap C) + P(CC \cap C) + P(XX \cap C)$
$= P(CX) \cdot P(C \mid CX) + P(CC) \cdot P(C \mid CC)$
$+ P(XX) \cdot P(C \mid XX) = \dfrac{5}{10} \cdot \dfrac{1}{2}$
$+ \dfrac{3}{10} \cdot 1 + \dfrac{2}{10} \cdot 0 = \dfrac{11}{20}$

b) $P(CX \mid C) = \dfrac{P(CX \cap C)}{P(C)} = \dfrac{P(CX) \cdot P(C \mid CX)}{P(C)}$
$= \dfrac{1/2 \cdot 1/2}{11/20} = \dfrac{5}{11}$

Ejercicio 3

Se tiene tres cajas iguales. La primera contiene 3 bolas blancas y 4 negras; la segunda contiene 5 bolas negras y, la tercera, 4 blancas y 3 negras.

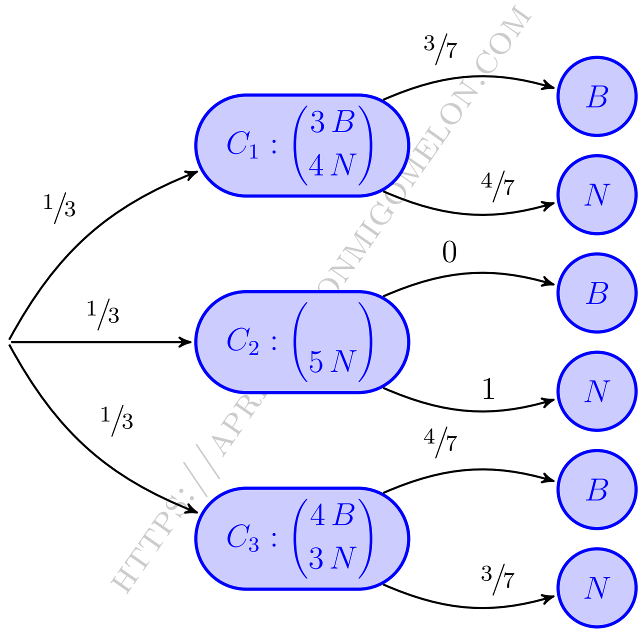
a) Si se elige una caja al azar y luego se extrae una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea negra?

b) Si se extrae una bola negra de una de las cajas, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la segunda caja?

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} C_i &\equiv \text{“La bola extraída es de la caja i”} \\ B &\equiv \text{“La bola extraída es blanca”} \\ N &\equiv \text{“La bola extraída es negra”} \end{aligned}$$



a) $P(N) = P\big((C_1 \cap N) \cup (C_2 \cap N) \cup (C_3 \cap N)\big) = P(C_1 \cap N) + P(C_2 \cap N) + P(C_3 \cap N)$

$$= P(C_1) \cdot P(N \mid C_1) + P(C_2) \cdot P(N \mid C_2) + P(C_3) \cdot P(N \mid C_3)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{3}$$

b) $P(C_2 \mid N) = \dfrac{P(C_2 \cap N)}{P(N)} = \dfrac{P(C_2) \cdot P(N \mid C_2)}{P(N)} = \dfrac{{}^1\!/\!_3 \cdot 1}{{}^2\!/\!_3} = \dfrac{1}{2}$

Ejercicio 4

Tenemos dos urnas A y B y una moneda trucada de manera que la probabilidad de sacar cara es tres veces la de sacar cruz. La urna A contiene 4 bolas rojas y 5 blancas. La urna B contiene 6 bolas rojas y 4 blancas. Se lanza la moneda al aire. Si sale cara se pasa una bola de la urna A a la urna B, si sale cruz se pasa una bola de la urna B a la urna A. Se extrae una bola al azar de la urna B. Calcúlese la probabilidad de que:

a) La bola extraída sea blanca.

b) Sabiendo que la bola extraida es roja calcúlese la probabilidad de que en el lanzamiento de la moneda halla salido cruz.

Solución.

Sean los sucesos:

$C \equiv$ "Ha salido cara en la moneda" $\quad X \equiv$ "Ha salido cruz en la moneda"

$b \equiv$ "Se pasa una bola blanca" $\quad r \equiv$ "Se pasa bola roja"

$B \equiv$ "Se extrae bola blanca de la urna B" $\quad R \equiv$ "Se extrae bola roja de la urna B"

Teniendo en cuenta que la moneda está trucada y que la probabilidad de sacar cara es tres veces la de sacar cruz:

$$\left.\begin{array}{l} P(C)=3P(X) \\ P(C)+P(X)=1 \end{array}\right\} \Longrightarrow 3P(X)+P(X)=1 \Longrightarrow 4P(X)=1 \Longrightarrow \begin{cases} P(C)={}^3\!/_4 \\ P(X)={}^1\!/_4 \end{cases}$$

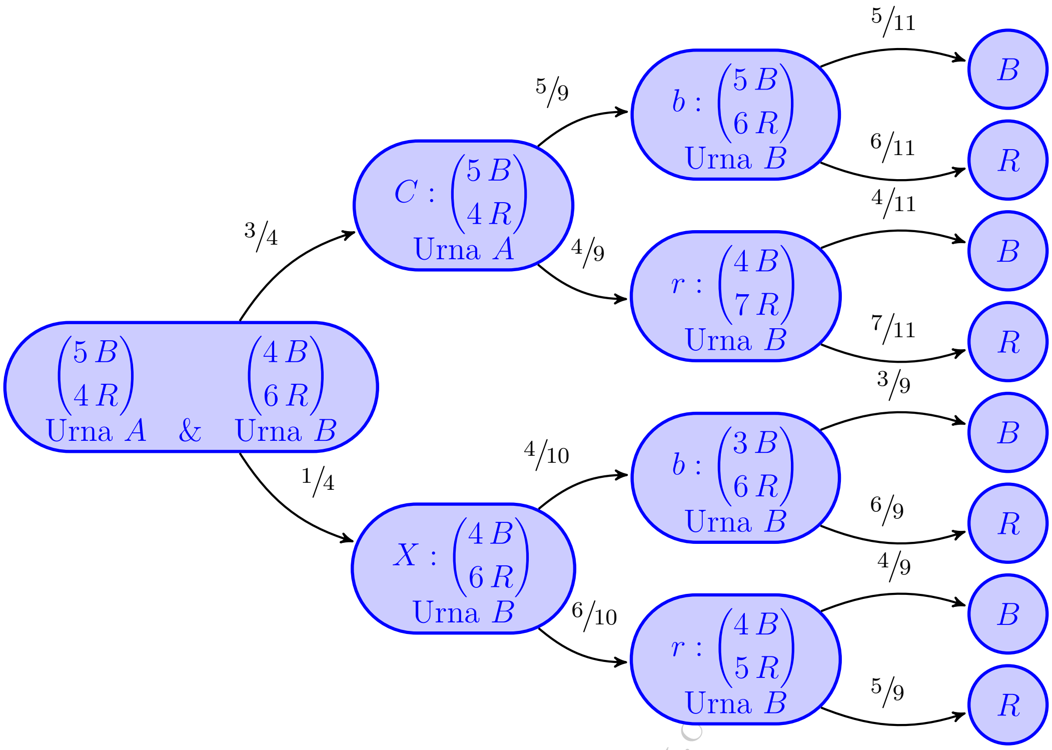
Si sale cara en la moneda pasamos una bola de la urna A a la urna B. La configuración de la urna B será:

$$C \Longrightarrow \begin{cases} P(b \mid C)={}^5\!/_9 \Longrightarrow \underset{\text{Urna } B}{\begin{pmatrix} 5B \\ 6R \end{pmatrix}} \Longrightarrow \begin{cases} P(B \mid C\cap b)={}^5\!/_{11} \\ P(R \mid C\cap b)={}^6\!/_{11} \end{cases} \\ P(r \mid C)={}^4\!/_9 \Longrightarrow \underset{\text{Urna } B}{\begin{pmatrix} 4B \\ 7R \end{pmatrix}} \Longrightarrow \begin{cases} P(B \mid C\cap r)={}^4\!/_{11} \\ P(R \mid C\cap r)={}^7\!/_{11} \end{cases} \end{cases}$$

Mientras que si sale cruz pasamos una bola de la urna B a la urna A. La configuración de la urna B será:

$$X \Longrightarrow \begin{cases} P(b \mid C)={}^4\!/_{10} \Longrightarrow \underset{\text{Urna}B}{\begin{pmatrix} 3B \\ 6R \end{pmatrix}} \Longrightarrow \begin{cases} P(B \mid C\cap b)={}^3\!/_9 \\ P(R \mid C\cap b)={}^6\!/_9 \end{cases} \\ P(r \mid C)={}^6\!/_{10} \Longrightarrow \underset{\text{Urna}B}{\begin{pmatrix} 4B \\ 5R \end{pmatrix}} \Longrightarrow \begin{cases} P(B \mid C\cap r)={}^4\!/_9 \\ P(R \mid C\cap r)={}^5\!/_9 \end{cases} \end{cases}$$

Conviene darse cuenta de que si sale cara la urna B, termina con una bola más que las iniciales 10 que tenía, mientras que si sale cruz, terminará con una bola menos.

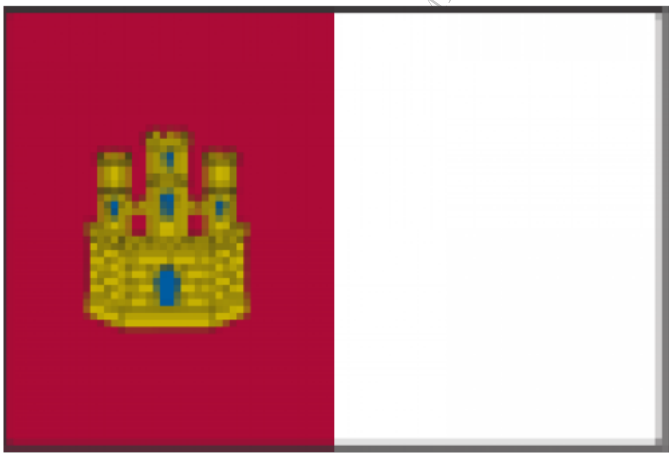


a) $$\begin{aligned} P(B) &= P\big((C\cap b\cap B)\cup(C\cap r\cap B)\cup(X\cap b\cap B)\cup(X\cap r\cap B)\big)\\ &= P(C\cap b\cap B)+P(C\cap r\cap B)+P(X\cap b\cap B)+P(X\cap r\cap B)\\ &= P(C\cap b)\cdot P(B\mid C\cap b)+P(C\cap r)\cdot P(B\mid C\cap r)\\ &+ P(X\cap b)\cdot P(B\mid X\cap b)+P(X\cap r)\cdot P(B\mid X\cap r)\\ &= P(C)\cdot P(b\mid C)\cdot P(B\mid C\cap b)+P(C)\cdot P(r\mid C)\cdot P(B\mid C\cap r)\\ &+ P(X)\cdot P(b\mid X)\cdot P(B\mid X\cap b)+P(X)\cdot P(r\mid X)\cdot P(B\mid X\cap r)\\ &= \frac{3}{4}\cdot\frac{5}{9}\cdot\frac{5}{11}+\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{4}{11}+\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}+\frac{1}{4}\cdot\frac{6}{10}\cdot\frac{4}{9}=0.411 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(X\mid R) &= \frac{P(X\cap R)}{P(R)}=\frac{P\big((X\cap b\cap R)\cup(X\cap r\cap R)\big)}{1-P(B)}\\ &= \frac{P(X\cap b\cap R)+P(X\cap r\cap R)}{1-P(B)}\\ &= \frac{P(X)\cdot P(b\mid X)\cdot P(R\mid X\cap b)+P(X)\cdot P(r\mid X)\cdot P(R\mid X\cap r)}{1-P(B)}\\ &= \frac{1/4\cdot 4/10\cdot 6/9+1/4\cdot 6/10\cdot 5/9}{1-0.411}=0.2547 \end{aligned}$$

Ejercicios de EVAU

Castilla-La Mancha



Ejercicio 5

b) *El EVAU club de fútbol tiene una probabilidad del 90 % de ganar un partido cuando juega Benceno (su delantero estrella) y del 60 % cuando no lo hace. Se sabe que la probabilidad de que Benceno juegue un partido es del 80 %.*

b.1) ¿Cuál es la probabilidad de que el EVAU C.F. gane un partido cualquiera?

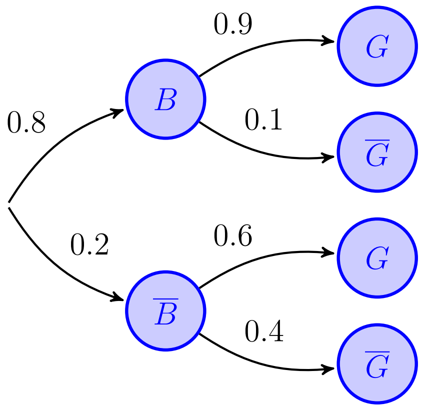
b.2) Si el EVAU C.F. acaba de ganar un partido, ¿cuál es la probabilidad de de que Benceno haya jugado?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Junio 2022)

Solución.

b) Sean los sucesos:

$$B \equiv \text{“Benceno juega el partido”}$$
$$G \equiv \text{“El EVAU F.C. gana el partido”}$$



b.1)
$$\begin{aligned} P(G) &= P\big((B\cap G)\cup(\overline{B}\cap G)\big) \\ &= P(B\cap G) + P(\overline{B}\cap G) \\ &= P(B)\cdot P(G \mid B) + P(\overline{B})\cdot P(G \mid \overline{B}) \\ &= 0.8\cdot 0.9 + 0.2\cdot 0.6 = 0.84 \end{aligned}$$

b.2)
$$\begin{aligned} P(B \mid G) &= \frac{P(B\cap G)}{P(G)} = \frac{P(B)\cdot P(G \mid B)}{P(G)} \\ &= \frac{0.8\cdot 0.9}{0.84} = 0.8571 \end{aligned}$$

Ejercicio 6

a) *En un determinado I.E.S. la probabilidad de que un alumno apruebe si va a clase es del 80 % mientras que si no va a clase es del 50 %. El 90 % de los alumnos va a clase.*

   a.1) *¿Cuál es la probabilidad de que un alumno apruebe?*

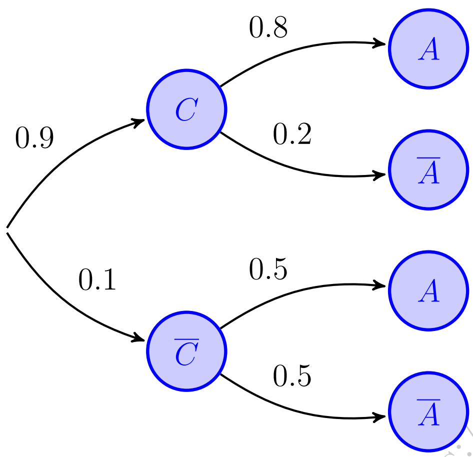
   a.2) *Si un alumno ha suspendido, ¿cuál es la probabilidad de que no haya ido a clase?*

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Julio 2022)

Solución.

a) Sean los sucesos:

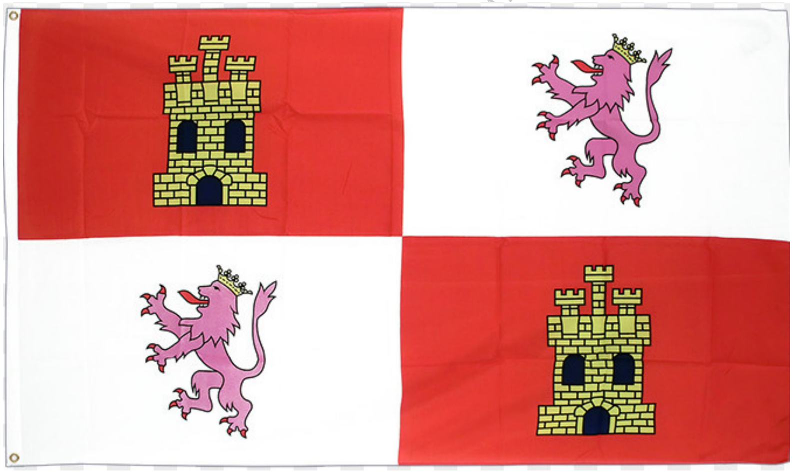
$$C \equiv \text{“El alumno va a clase”} \qquad A \equiv \text{“El alumno aprueba”}$$



a.1)
$$\begin{aligned} P(A) &= P\big((C\cap A)\cup(\overline{C}\cap A)\big) \\ &= P(C\cap A) + P(\overline{C}\cap A) \\ &= P(C)\cdot P(A\mid C) + P(\overline{C})\cdot P(A\mid \overline{C}) \\ &= 0.9\cdot 0.8 + 0.1\cdot 0.5 = 0.77 \end{aligned}$$

a.2)
$$\begin{aligned} P(\overline{C}\mid \overline{A}) &= \frac{P(\overline{C}\cap\overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{P(\overline{C})\cdot P(\overline{A}\mid\overline{C})}{1-P(A)} \\ &= \frac{0.1\cdot 0.5}{1-0.77} = 0.2174 \end{aligned}$$

Castilla y León



Ejercicio 7

Una corporación informática utiliza 3 bufetes de abogados para resolver sus casos legales en los tribunales. El bufete A recibe el 30 % de los casos legales y gana en los tribunales el 60 % de los casos presentados, el bufete B recibe el 50 % de los casos legales y gana el 80 % de los casos presentados mientras que el bufete C recibe el 20 % de los casos legales y gana el 70 % de los casos presentados.

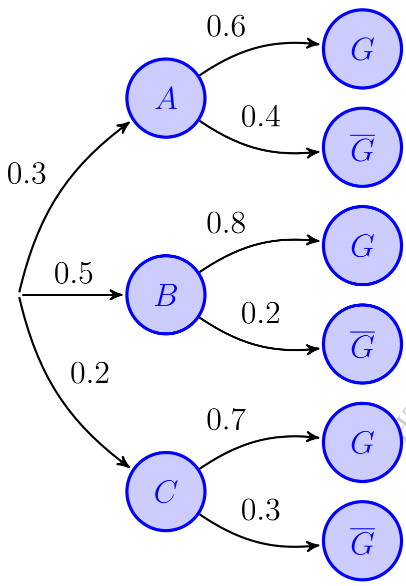
a) Se consideran los sucesos A = "caso adjudicado al bufete A", B = "caso adjudicado al bufete B", C = "caso adjudicado al bufete C", G="caso ganado". Deduzca del enunciado los valores de $p(A)$, $p(B)$, $p(C)$, $p(G \mid A)$, $p(G \mid B)$, $p(G \mid C)$.

b) Se elige al azar uno de los casos presentados en los tribunales. Determine la probabilidad de que la empresa gane el caso.

c) Si se ha ganado el caso elegido, calcúlese la probabilidad de que haya sido encargado al bufete A.

(Castilla y León - Matemáticas II - Modelo 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.



a) $p(A) = 0.3 \qquad p(B) = 0.5 \qquad p(C) = 0.2$

$p(G \mid A) = 0.6 \qquad p(G \mid B) = 0.8 \qquad p(G \mid C) = 0.7$

b)
$$\begin{aligned} P(G) &= P\big((A\cap G)\cup(B\cap G)\cup(C\cap G)\big)\\ &= P(A\cap G)+P(B\cap G)+P(C\cap G)\\ &= P(A)\cdot P(G\mid A)+P(B)\cdot P(G\mid B)\\ &+ P(C)\cdot P(G\mid C) = 0.3\cdot 0.6+0.5\cdot 0.8\\ &+ 0.2\cdot 0.7 = 0.72 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} P(A\mid G) &= \frac{P(A\cap G)}{P(G)} = \frac{P(A)\cdot P(G\mid A)}{P(G)}\\ &= \frac{0.3\cdot 0.6}{0.72} = 0.25 \end{aligned}$$

Ejercicio 8

Una corporación fabrica herramientas de 3 tipos de calidades. Un 10 % de calidad Alta; un 70 % de calidad Estándar y un 20 % de calidad Baja. Se sabe que son defectuosas el 1 %, el 10 % y el 30 % del total de las herramientas respectivamente.

a) Se elige una herramienta al azar. Definiendo correctamente los sucesos que intervienen, calcúlese la probabilidad de que sea defectuosa.

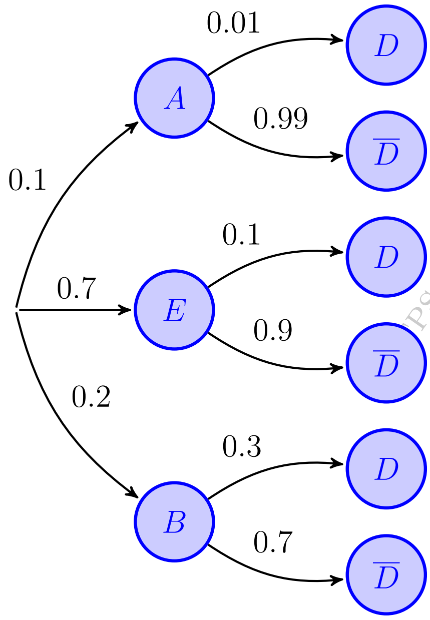
b) Se elige una herramienta que resulta ser defectuosa. Definiendo correctamente los sucesos que intervienen, calcúlese la probabilidad de que la elegida sea de calidad estándar.

(Castilla y León - Matemáticas II - Junio 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“La herramienta es de calidad Alta”}$$
$$E \equiv \text{“La herramienta es de calidad Estándar”}$$
$$B \equiv \text{“La herramienta es de calidad Baja”}$$
$$D \equiv \text{“La herramienta es defectuosa”}$$



a) $P(D) = P\big((A \cap D) \cup (E \cap D) \cup (B \cap D)\big)$
$= P(A \cap D) + P(E \cap D) + P(B \cap D)$
$= P(A) \cdot P(D \mid A) + P(E) \cdot P(D \mid E)$
$+ P(B) \cdot P(D \mid B) = 0.1 \cdot 0.01$
$+ 0.7 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.3 = 0.131$

b) $P(E \mid D) = \dfrac{P(E \cap D)}{P(D)} = \dfrac{P(E) \cdot P(D \mid E)}{P(D)}$
$= \dfrac{0.7 \cdot 0.1}{0.131} = 0.53429$

Ejercicio 9

Entre los participantes de un torneo internacional de ajedrez:

- *El 28 % de ellos son rusos, de los cuales las tres cuartas partes son grandes maestros.*
- *El 24 % son estadounidenses y entre ellos la mitad son grandes maestros.*
- *El 48 % son del resto del mundo, de los cuales un tercio son grandes maestros.*

Considerando los sucesos: $R \equiv$ *"ser ruso",* $E \equiv$ *"ser estadounidense",* $M \equiv$ *"no ser ruso ni estadounidense" y* $GM \equiv$ *"ser gran maestro"*

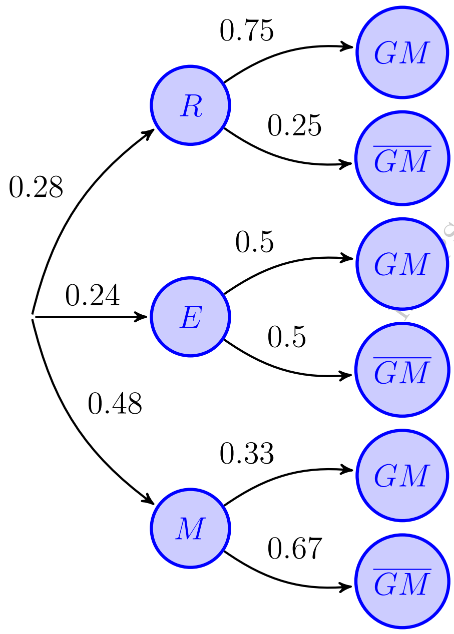
a) Indique los valores de $P(GM \mid R)$, $P(GM \mid E)$ *y* $P(GM \mid M)$.

b) Calcule la probabilidad de que al elegir al azar a uno de los participantes en el torneo, sea un gran maestro.

c) Si se elige al azar a uno de los grandes maestros del torneo, ¿cuál es la probabilidad de que sea ruso?

(Castilla y León - Matemáticas II - Julio 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.



a) $P(GM \mid R) = \dfrac{3}{4} = 0.75 \qquad P(GM \mid E) = \dfrac{1}{2} = 0.5$

$P(GM \mid M) = \dfrac{1}{3} = 0.33$

b) $P(GM) = P\big((R \cap GM) \cup (E \cap GM) \cup (M \cap GM)\big)$

$= P(R \cap GM) + P(E \cap GM) + P(M \cap GM)$

$= P(R) \cdot P(GM \mid R) + P(E) \cdot P(GM \mid E)$

$+ P(M) \cdot P(GM \mid M) = 0.28 \cdot 0.75$

$+ 0.24 \cdot 0.5 + 0.48 \cdot 0.33 = 0.4884$

c) $P(GM \mid R) = \dfrac{P(GM \cap R)}{P(R)} = \dfrac{P(GM) \cdot P(R \mid GM)}{P(R)}$

$= \dfrac{0.28 \cdot 0.75}{0.4884} = 0.42995$

Comunidad de Madrid

Ejercicio 10

En una población de cierta especie de cérvidos, el 43 % de los adultos son machos y el 57 % hembras. Se sabe que el 11 % de los machos adultos y el 4 % de las hembras adultas sufre alguna afección ocular. Se supone que se captura al azar un ejemplar adulto y se pide:

a) *Determinar la probabilidad de que tenga alguna afección ocular.*

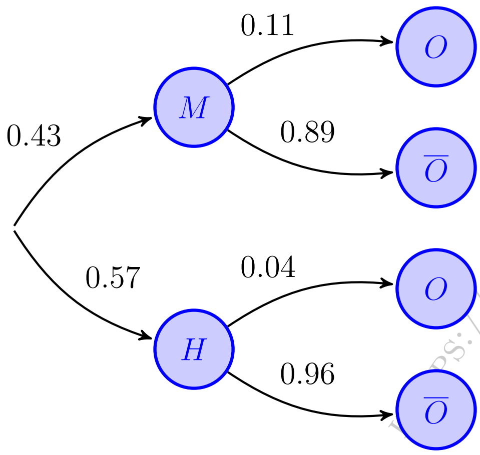
b) *Si el ejemplar capturado padeciere una afección ocular ¿cuál sería la probabilidad de que fuera un macho?*

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2017 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos

$$M \equiv \text{“El cérvido es macho adulto”}$$
$$H \equiv \text{“El cérvido es hembra adulta”}$$
$$O \equiv \text{“El cérvido tiene una afección ocular”}$$



a) $P(O) = P\big((M \cap O) \cup (H \cap O)\big)$
$$= P(M \cap O) + P(H \cap O)$$
$$= P(M) \cdot P(O \mid M) + P(H) \cdot P(O \mid H)$$
$$= 0.43 \cdot 0.11 + 0.57 \cdot 0.04 = 0.0701$$

b) $P(M \mid O) = \dfrac{P(M \cap O)}{P(O)} = \dfrac{P(M) \cdot P(O \mid M)}{P(O)}$
$$= \frac{0.43 \cdot 0.11}{0.0701} = 0.6747$$

Ejercicio 11

En una empresa el 20 % de los empleados son matemáticos, el 50 % ingenieros y el resto no tienen carrera universitaria. Entre los matemáticos el 40 % ocupa un cargo directivo, entre los ingenieros ese porcentaje se reduce a la mitad y entre el resto de empleados el porcentaje es del 5 %. Elegido un empleado al azar, se pide:

a) Determinar la probabilidad de que ocupe un cargo directivo.

b) Si no ocupa un cargo directivo, ¿cuál es la probabilidad de que sea matemático?

(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2017 - Opción B - Coincidentes)

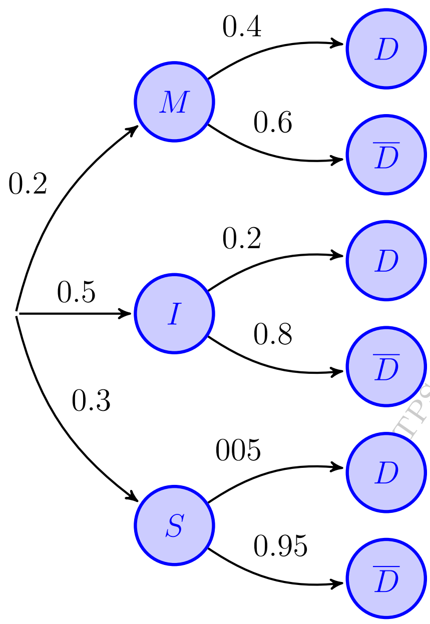
(Madrid - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$M \equiv$ "El empleado es matemático" $\quad I \equiv$ "El empleado es ingeniero"

$S \equiv$ "El empleado no tiene carrera" $\quad D \equiv$ "El empleado ocupa un cargo directivo"



a) $P(D) = P\big((M\cap D)\cup(I\cap D)\cup(S\cap D)\big)$
$= P(M\cap D) + P(I\cap D) + P(S\cap D)$
$= P(M)\cdot P(D \mid M) + P(I)\cdot P(D \mid I)$
$+ P(S)\cdot P(D \mid S) = 0.2\cdot 0.4$
$+ 0.5\cdot 0.2 + 0.3\cdot 0.05 = 0.195$

b) $$P(M \mid \overline{D}) = \frac{P(M\cap\overline{D})}{P(\overline{D})} = \frac{P(M)\cdot P(\overline{D}\mid M)}{1-P(D)}$$
$$= \frac{0.2\cdot 0.6}{1-0.195} = 0.149$$

Ejercicio 12

Una empresa fabrica móviles de tres marcas distintas: A, B y M. El $20\,\%$ de los móviles fabricados son de la marca A y el $40\,\%$ de la marca B. Se decide instalar un software oculto que permita espiar a los usuarios de estos móviles. El software espía se instala en el $15\,\%$ de los móviles de la marca A, en un $10\,\%$ de la marca B y en un $12\,\%$ de los móviles de la marca M. Se pide:

a) Determinar la probabilidad de que una persona que compra uno de estos móviles tenga instalado el software espía.

b) Si el móvil de una persona tiene instalado el software espía, calcular la probabilidad de que sea de la marca A.

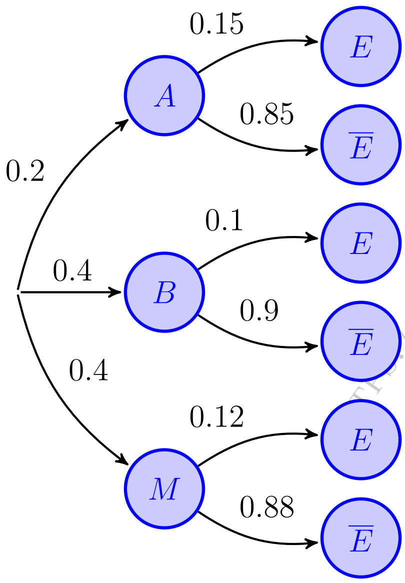
(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2017 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El móvil es de la marca A" $\qquad B \equiv$ "El móvil es de la marca B"

$M \equiv$ "El móvil es de la marca M" $\qquad E \equiv$ "El móvil tiene software espía"



a) $$\begin{aligned} P(E) &= P\Big((A\cap E)\cup(B\cap E)\cup(M\cap E)\Big) \\ &= P(A\cap E)+P(B\cap E)+P(M\cap E) \\ &= P(A)\cdot P(E\mid A)+P(B)\cdot P(E\mid B) \\ &+ P(M)\cdot P(E\mid M) = 0.2\cdot 0.15 \\ &+ 0.4\cdot 0.1 + 0.4\cdot 0.12 = 0.118 \end{aligned}$$

b) $$P(A\mid E) = \frac{P(A\cap E)}{P(E)} = \frac{P(A)\cdot P(E\mid A)}{P(E)} = \frac{0.2\cdot 0.15}{0.118} = 0.254$$

Ejercicio 13

El 60 % de las ventas en unos grandes almacenes corresponden a artículos con precios rebajados. Los clientes devuelven el 15 % de los artículos que compran rebajados, porcentaje que disminuye al 8 % si los artícuos han sido adquiridos sin rebajas.

a) Determine el porcentaje global de artículos devueltos.

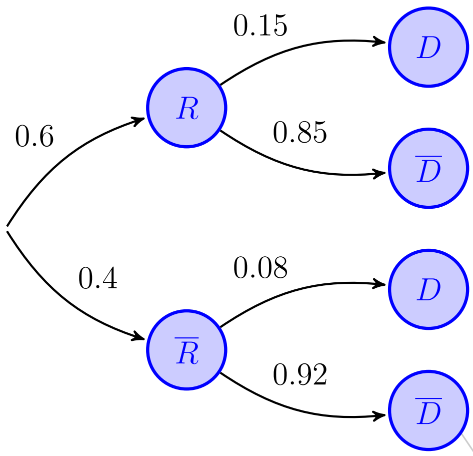
b) ¿Qué porcentaje de artículos devueltos fueron adquiridos con precios rebajados?

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2018 - Opción A)

Solución.

a) Sean los sucesos:

$$R \equiv \text{"El artículo tiene precio rebajado"}$$
$$D \equiv \text{"El cliente devuelve el artículo"}$$



a)
$$\begin{aligned} P(D) &= P\Big((R\cap D)\cup(\overline{R}\cap D)\Big)\\ &= P(R\cap D)+P(\overline{R}\cap D)\\ &= P(R)\cdot P(D\mid R)+P(\overline{R})\cdot P(D\mid \overline{R})\\ &= 0.6\cdot 015+0.4\cdot 0.08 = 0.122 = 12.2\,\% \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} P(R\mid D) &= \frac{P(R\cap D)}{P(D)} = \frac{P(R)\cdot P(D\mid R)}{P(D)}\\ &= \frac{0.6\cdot 0.15}{0.122} = 0.737 = 73.7\,\% \end{aligned}$$

Ejercicio 14

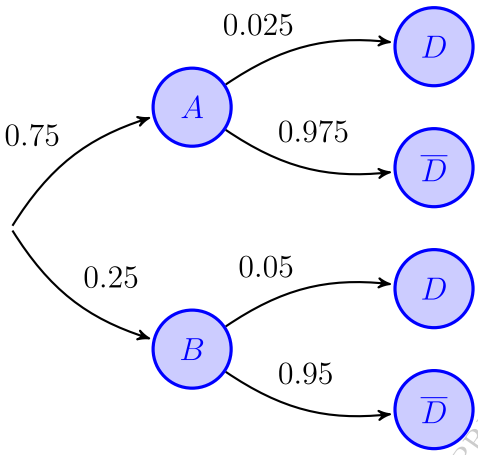
En una fábrica se elaboran dos tipos de productos: A y B. El 75 % de los productos fabricados son de tipo A y el 25 % de tipo B. Los productos de tipo B salen defectuosos un 5 % de las veces, mientras que los de tipo A salen defectuosos un 2.5 % de las veces.

a) Si se fabrican 5000 productos en un mes, ¿cuántos de ellos se espera que sean defectuosos?

b) Un mes, por motivos logísticos, se cambió la producción, de modo que se fabricaron exclusivamente productos de tipo A. Sabiendo que se fabricaron 6000 unidades, determinar, aproximando la distribución por una normal, la probabilidad de que haya más de 160 unidades defectuosas.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2018 - Opción B)

Solución.



a) Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El producto es de tipo A”}$$
$$B \equiv \text{“El producto es de tipo B”}$$
$$D \equiv \text{“El producto es defectuoso”}$$

$$\begin{aligned} P(D) &= P\big((A\cap D)\cup(B\cap D)\big) \\ &= P(A\cap D)+P(B\cap D) \\ &= P(A)\cdot P(D\mid A)+P(B)\cdot P(D\mid B) \\ &= 0.75\cdot 0.025+0.25\cdot 0.05 = 0.03125 \end{aligned}$$

$5000 \cdot 0.03125 \simeq 157$ prod. defectuosos

b) Ahora solo se fabrica un tipo de producto, que puede ser defectuoso o no. El número de productos defectuosos X se distribuye como una variable binomial $\mathcal{B}(6000, 0.025)$. Para poder aproximar la variable X a una normal tiene que cumplirse:

$$X:\mathcal{B}(6000,0.025) \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} n = 6000 > 20 \ \checkmark \\ np = 150 > 5 \ \checkmark \\ nq = 5850 > 5 \ \checkmark \end{array}\right\} \Rightarrow Y:\mathcal{N}(np,\sqrt{npq}) = \mathcal{N}(150, 12.09)$$

Aplicando la corrección por continuidad de Yates.

$$\begin{aligned} P(X>160) = P(Y\geq 160.5) = P\left(Z \geq \frac{160.5-150}{12.09}\right) &= P(Z\geq 0.87) \\ = 1-P(Z\leq 0.87) = 1-0.8078 &= 0.1922 \end{aligned}$$

Ejercicio 15

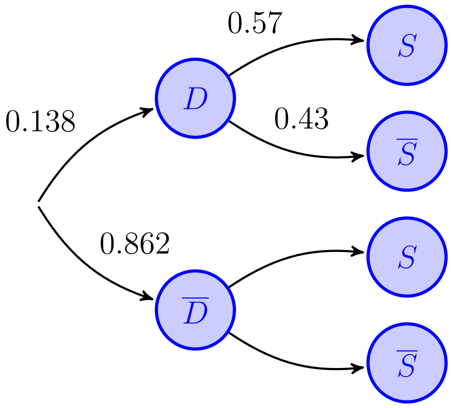
Según los datos de la Fundación para la Diabetes, el 13.8 % de los españoles mayores de 18 años tiene diabetes, aunque el 43 % de ellos no sabe que la tiene. Se elige al azar un español mayor de 18 años.

a) *¿Cuál es la probabilidad de que sea diabético y lo sepa?, ¿cuál la de que no sea diabético o no sepa que lo es?*

b) *Cierto test diagnostica correctamente el 96 % de los casos positivos de diabetes, pero da un 2 % de falsos positivos. Si un español mayor de 18 años da positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que realmente sea diabético?*

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2018 - Opción A)

Solución.

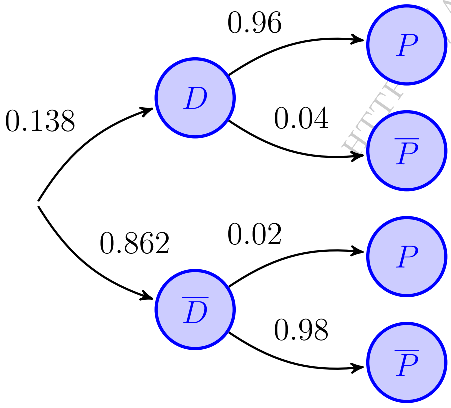


a) Sean los sucesos:

$D \equiv$ "La persona tiene diabetes"
$S \equiv$ "La persona sabe que tiene diabetes"

$$P(D \cap S) = P(D) \cdot P(S \mid D) = 0.138 \cdot 0.57 = 0.0787$$

$$P(\overline{D} \cup \overline{S}) = P(\overline{D \cap S}) = 1 - P(D \cap S) = 1 - 0.0787 = 0.9213$$



b) Sean los sucesos:

$D \equiv$ "La persona tiene diabetes"
$P \equiv$ "El test da positivo"

$$P(D \mid P) = \frac{P(D \cap P)}{P(P)} = \frac{P(D) \cdot P(P \mid D)}{P(P)} \overset{(*)}{=} \frac{0.138 \cdot 0.96}{0.1497} = 0.8849$$

$$(*)\ P(P) = P\big((D \cap P) \cup (\overline{D} \cap P)\big) = P(D \cap P) + P(\overline{D} \cap P) = 0.138 \cdot 0.96 + 0.862 \cdot 0.02 = 0.1497$$

Ejercicio 16

El grupo de WhatsApp, formado por los alumnos de una escuela de idiomas, está compuesto por un 60 % de mujeres y el resto varones. Se sabe que el 30 % del grupo estudia alemán y que la cuarta parte de las mujeres estudia alemán. Se recibe un mensaje en el grupo. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que lo haya enviado una mujer, si se sabe que el o la remitente estudia alemán.

b) Si en el mensaje no hay ninguna información sobre el sexo y estudios del remitente, calcular la probabilidad de que sea varón y estudie alemán.

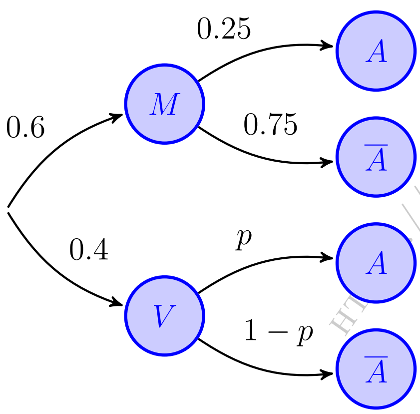
(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2019 - Opción B)

Solución.

Denominamos los sucesos:

$$M \equiv \text{“El mensaje lo envía una mujer”}$$
$$V \equiv \text{“El mensaje lo envía un hombre”}$$
$$A \equiv \text{“El remitente estudia alemán”}$$

a) $P(M \mid A) = \dfrac{P(M \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(M) \cdot P(A \mid M)}{P(A)} = \dfrac{0.6 \cdot 0.25}{0.3} = 0.5$



b)
$$\begin{aligned} P(A) &= P\big((M \cap A) \cup (V \cap A)\big) \\ &= P(M \cap A) + P(V \cap A) \\ &= P(M) \cdot P(A \mid M) + P(V) \cdot P(A \mid V) \\ &= 0.6 \cdot 0.25 + 0.4 \cdot p = 0.3 \end{aligned}$$

$$\Longrightarrow \; p = 0.375$$

$$\begin{aligned} P(V \cap A) &= P(V) \cdot P(A \mid V) \\ &= 0.4 \cdot 0.375 = 0.15 \end{aligned}$$

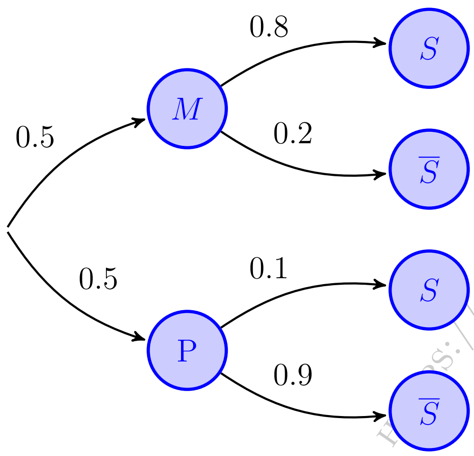
Ejercicio 17

> *Una compañía farmacéutica vende un medicamento que alivia la dermatitis atópica en un $80\,\%$ de los casos. Si un enfermo es tratado con un placebo, la probabilidad de mejoría espontánea es del $10\,\%$. En un estudio experimental, la mitad de los pacientes han sido tratados con el medicamento y la otra mitad con un placebo.*
>
> *a) Determinar cuál es la probabilidad de que un paciente elegido al azar haya mejorado.*
>
> *b) Si un paciente elegido al azar ha mejorado hallar la probabilidad de que haya sido tratado con el medicamento.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Junio 2019 - Opción B)*

Solución.

Sean los sucesos:

$$M \equiv \text{"El paciente toma el medicamento"}$$
$$P \equiv \text{"El paciente toma el placebo"}$$
$$S \equiv \text{"El paciente sana"}$$



a) $$\begin{aligned} P(S) &= P\big((M \cap S) \cup (P \cap S)\big) \\ &= P(M \cap S) + P(P \cap S) \\ &= P(M) \cdot P(S \mid M) + P(P) \cdot P(S \cap P) \\ &= 0.5 \cdot 0.8 + 0.5 \cdot 0.1 = 0.45 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(M \cap S) &= \frac{P(M \cap S)}{P(S)} = \frac{P(M) \cdot P(S \mid M)}{P(S)} \\ &= \frac{0.5 \cdot 0.8}{0.45} = 0.889 \end{aligned}$$

Ejercicio 18

Un concesionario dispone de vehículos de baja y alta gama, siendo los de alta gama $1/3$ de las existencias. Entre los de baja gama, la probabilidad de tener un defecto de fabricación que obligue a revisarlos durante el rodaje es el $1.6\,\%$, mientras que para los de alta gama es del $0.9\,\%$. En un control de calidad preventa, se elige al azar un vehículo para examinarlo.

a) Calcule la probabilidad de que el vehículo elegido resulte defectuoso.

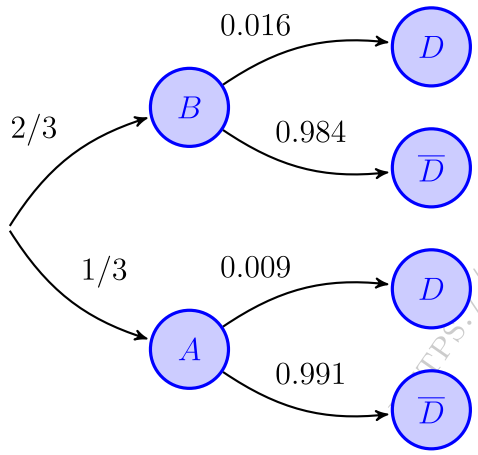
b) Si se comprueba que el vehículo elegido es defectuoso, calcule la probabilidad de que sea de gama baja.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2019 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$B \equiv \text{“El vehículo es de baja gama”}$$
$$A \equiv \text{“El vehículo es de alta gama”}$$
$$D \equiv \text{“El vehículo es defectuoso”}$$



a) $$P(D) = P\Big((B\cap D)\cup(A\cap D)\Big)$$
$$= P(B\cap D) + P(A\cap D)$$
$$= P(B)\cdot P(D \mid B) + P(A)\cdot P(D\mid A)$$
$$= \frac{2}{3}\cdot 0.016 + \frac{1}{3}\cdot 0.009$$
$$= 0.0137 \simeq 1.37\,\%$$

b) $$P(B\mid D) = \frac{P(B\cap D)}{P(D)} = \frac{P(B)\cdot P(D\mid B)}{P(D)}$$
$$= \frac{2/3\cdot 0.016}{0.0137} = 0.7785 \simeq 78\,\%$$

Ejercicio 19

Se tienen tres urnas A, B y C. La urna A contiene 4 bolas rojas y 2 negras, la urna B contiene 3 bolas de cada color y la urna C contiene 6 bolas negras. Se elige una urna al azar y se extraen de ella dos bolas de manera consecutiva y sin reemplazamiento. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída sea roja.

b) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída sea roja y la segunda sea negra.

c) Sabiendo que la primera bola extraída es roja, calcular la probabilidad de que la segunda sea negra.

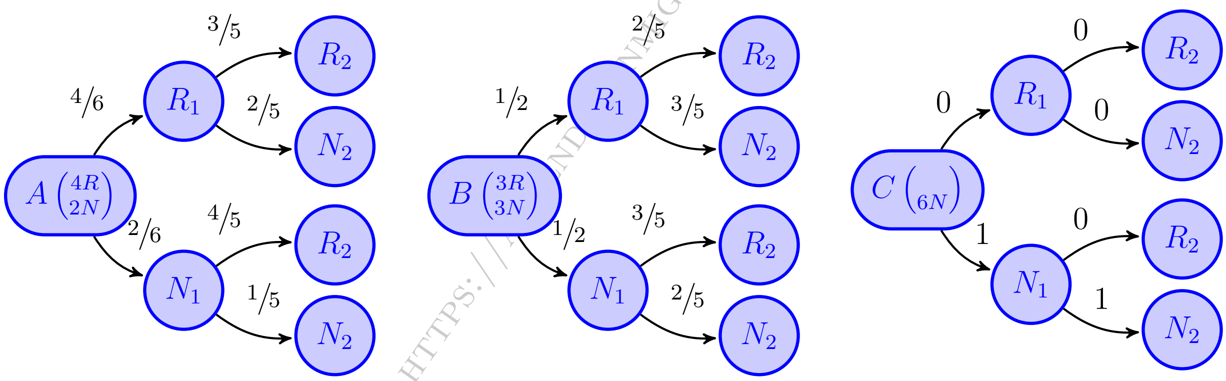
(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2020 - Opción A)

Solución.

Asumiendo que la probabilidad de elegir cualquier urna es la misma tenemos que:

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$$

Se muestra a continuación, para cada una de las urnas, la probabilidad de elegir una bola roja o una negra en cada una de las dos extracciones.



a) $$\begin{aligned} P(R_1) &= P\big((A\cap R_1)\cup(B\cap R_1)\cup(C\cap R_1)\big) \\ &= P(A\cap R_1)+P(B\cap R_1)+P(C\cap R_1) \\ &= P(A)\cdot P(R_1 \mid A)+P(B)\cdot P(R_1\mid B)+P(C)\cdot P(R_1\mid C) \\ &= \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot 0=\frac{7}{18}=0.3889 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(R_1\cap N_2) &= P\big((A\cap R_1\cap N_2)\cup(B\cap R_1\cap N_2)\cup(C\cap R_1\cap N_2)\big) \\ &= P(A\cap R_1\cap N_2)+P(B\cap R_1\cap N_2)+P(C\cap R_1\cap N_2) \\ &= P(A)\cdot P(R_1\cap N_2\mid A)+P(B)\cdot P(R_1\cap N_2\mid B) \\ &+ P(C)\cdot P(R_1\cap N_2\mid C)=\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\cdot 0=\frac{17}{90}=0.1889 \end{aligned}$$

c) $$P(N_2\mid R_1)=\frac{P(R_1\cap N_2)}{P(R_1)}=\frac{17/90}{7/18}=\frac{17}{35}=0.4857$$

Ejercicio 20

Una prueba diagnóstica para una enfermedad da resultado negativo el 5 % de las veces que se aplica a un individuo que la padece y da resultado positivo el 10 % de las veces que se aplica a un individuo que no la padece.
Las estadísticas muestran que dicha enfermedad afecta a 50 de cada diez mil personas.
Si una persona elegida al azar se somete a la prueba diagnóstica, calcule la probabilidad de:

a) Que la prueba dé resultado positivo.

b) Que la persona padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba ha sido positivo.

c) Que la persona no padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba ha sido negativo.

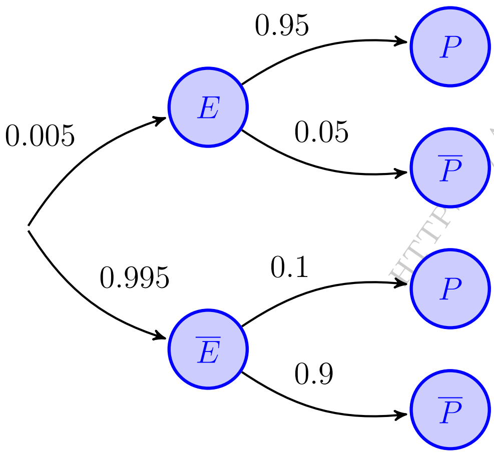
d) Que el resultado de la prueba diagnóstica sea erróneo.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2021 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$E \equiv \text{"La persona tiene la enfermedad"}$$
$$P \equiv \text{"La prueba diagnóstica da positivo"}$$



a) $$\begin{aligned} P(P) &= P\big((E\cap P)\cup(\overline{E}\cap P)\big) \\ &= P(E\cap P)+P(\overline{E}\cap P) \\ &= P(E)\cdot P(P \mid E)+P(\overline{E})\cdot P(P\mid \overline{E}) \\ &= 0.005\cdot 0.95+0.995\cdot 0.1 = 0.1042 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(E \mid P) &= \frac{P(E\cap P)}{P(P)} = \frac{P(E)\cdot P(P\mid E)}{P(P)} \\ &= \frac{0.005\cdot 0.95}{0.1042} = 0.04556 \end{aligned}$$

c) $$P(\overline{E}\mid \overline{P}) = \frac{P(\overline{E}\cap\overline{P})}{P(\overline{P})} = \frac{P(\overline{E})\cdot P(\overline{P}\mid\overline{E})}{1-P(P)} = \frac{0.995\cdot 0.9}{1-0.1042} = 0.9997$$

d) $$\begin{aligned} P\big((E\cap\overline{P})\cup(\overline{E}\cap P(P)\big) &= P(E\cap\overline{P})+P(\overline{E}\cap P(P) \\ &= P(E)\cdot P(\overline{P}\mid E)+P(\overline{E})\cdot P(P\mid\overline{E}) \\ &= 0.005\cdot 0.05+0.995\cdot 0.1 = 0.0998 \end{aligned}$$

Ejercicio 21

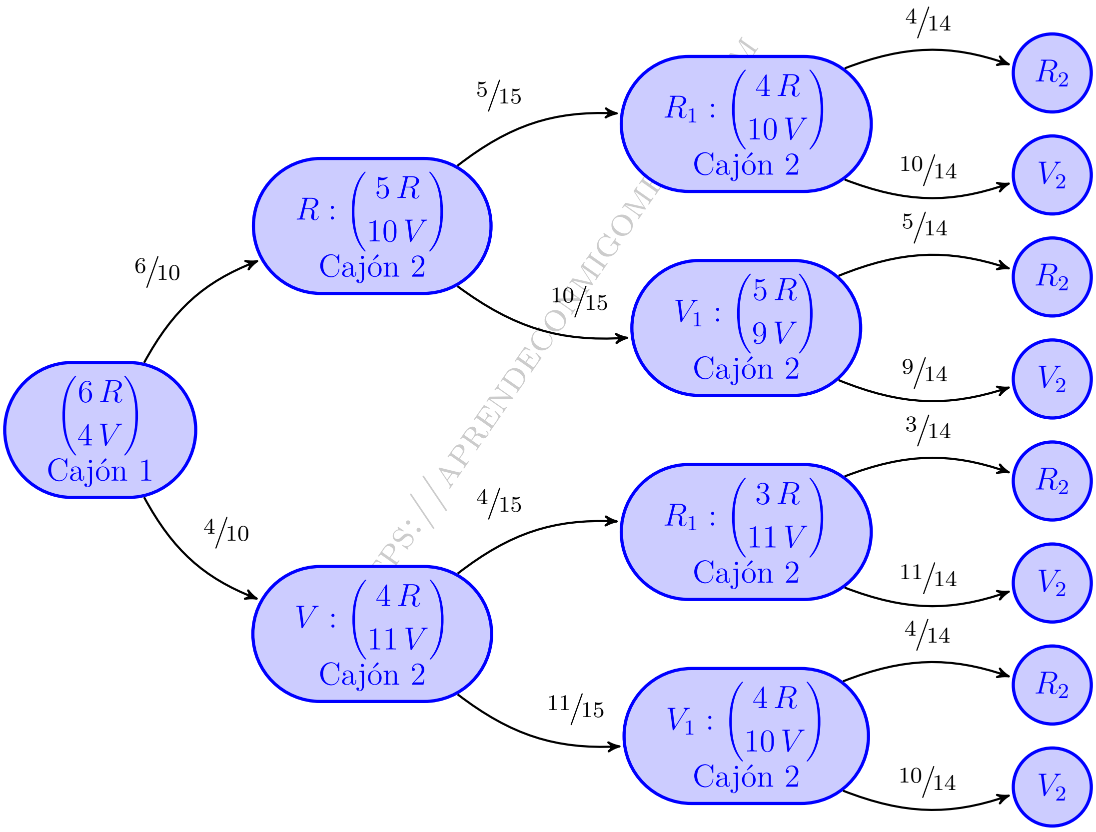
En el primer cajón de una mesita de noche hay 6 calcetines rojos y 4 verdes. En el segundo cajón de dicha mesita hay 4 calcetines rojos y 10 verdes. Se extrae aleatoriamente uno de los calcetines del primer cajón para introducirlo en el segundo cajón. Se extraen posteriormente dos calcetines del segundo cajón. Calcule la probabilidad de que estos dos calcetines sean del mismo color.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2021 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$R \equiv$ "Pasar calcetín rojo al cajón 2" $V \equiv$ "Pasar calcetín verde al cajón 2"
$R_i \equiv$ "Calcetín rojo en extracción i" $V_i \equiv$ "Calcetín verde en extracción i"



$$
\begin{aligned}
P(\text{mismo color}) &= P(\text{dos rojos}) \cup (\text{dos verdes}) \\
&= P\Big((R \cap R_1 \cap R_2) \cup (V \cap R_1 \cap R_2) \cup (R \cap V_1 \cap V_2) \cup (V \cap V_1 \cap V_2)\Big) \\
&= (R \cap R_1 \cap R_2) + P(V \cap R_1 \cap R_2) + P(R \cap V_1 \cap V_2) + P(V \cap V_1 \cap V_2) \\
&= P(R) \cdot P(R_1 \mid R) \cdot P(R_2 \mid R \cap R_1) + P(V) \cdot P(R_1 \mid V) \cdot P(R_2 \mid V \cap R_1) \\
&+ P(R) \cdot P(V_1 \mid R) \cdot P(V_2 \mid R \cap V_1) + P(V) \cdot P(V_1 \mid V) \cdot P(V_2 \mid V \cap V_1) \\
&= \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} + \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{14} + \frac{6}{10} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} + \frac{4}{10} \cdot \frac{11}{15} \cdot \frac{10}{14} = \frac{41}{75} \approx 0.5467
\end{aligned}
$$

Ejercicio 22

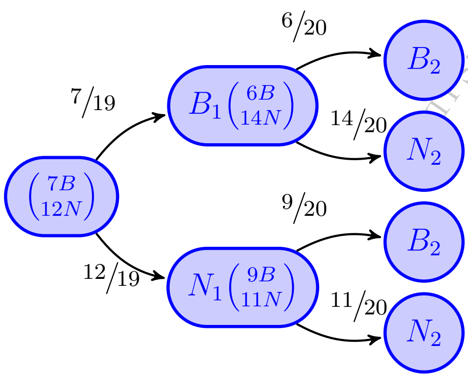
> *Una urna contiene 7 bolas blancas y 12 bolas negras. Se extrae al azar una bola de la urna y se sustituye por dos del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola de la urna. Se pide:*
>
> *a) Calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea blanca.*
>
> *b) Calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea de distinto color que la primera.*
>
> *c) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída haya sido negra, sabiendo que la segunda bola fue blanca.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2022 - Opción A)*

Solución.

Sean los sucesos:

$$B_i \equiv \text{"Sale bola } \textbf{blanca} \text{ en la extracción } i\text{"}$$
$$N_i \equiv \text{"Sale bola } \textbf{negra} \text{ en la extracción } i\text{"}$$

a) $$P(B_2) = P\big((B_1 \cap B_2) \cup (N_1 \cap B_2)\big) = P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap B_2)$$
$$= P(B_1) \cdot P(B_2 \mid B_1) + P(N_1) \cdot P(B_2 \mid N_1) = \frac{7}{19} \cdot \frac{6}{20} + \frac{12}{19} \cdot \frac{9}{20}$$
$$= \frac{15}{38} \simeq 0.3947$$



b) $$P\big((B_1 \cap N_2) \cup (N_1 \cap B_2)\big)$$
$$= P(B_1 \cap N_2) + P(N_1 \cap B_2)$$
$$= P(B_1) \cdot P(N_2 \mid B_1) + P(N_1) \cdot P(B_2 \mid N_1)$$
$$= \frac{7}{19} \cdot \frac{14}{20} + \frac{12}{19} \cdot \frac{9}{20} = \frac{103}{190} \simeq 0.5421$$

c) $$P(N_1 \mid B_2) = \frac{P(N_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{P(N_1) \cdot P(B_2 \mid N_1)}{P(B_2)}$$
$$= \frac{{}^{12}/_{19} \cdot {}^{9}/_{20}}{{}^{15}/_{38}} = \frac{18}{25} = 0.72$$

Ejercicio 23

De una cesta con 6 sombreros blancos y 3 negros se elige uno al azar. Si el sombrero es blanco, se toma, al azar un pañuelo de un cajón que contiene 2 blancos, 2 negros y 5 con cuadros blancos y negros. Si el sombrero es negro, se elige, al azar, un pañuelo de otro cajón que contiene 2 pañuelos blancos, 4 negros y 4 con cuadros blancos y negros. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que en el pañuelo aparezca algún color que no sea el del sombrero.

b) Calcular la probabilidad de que en al menos uno de los complementos (sombrero o pañuelo) aparezca el color negro.

c) Calcular la probabilidad de que el sombrero haya sido negro, sabiendo que el pañuelo ha sido de cuadros.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2022 - Opción B)

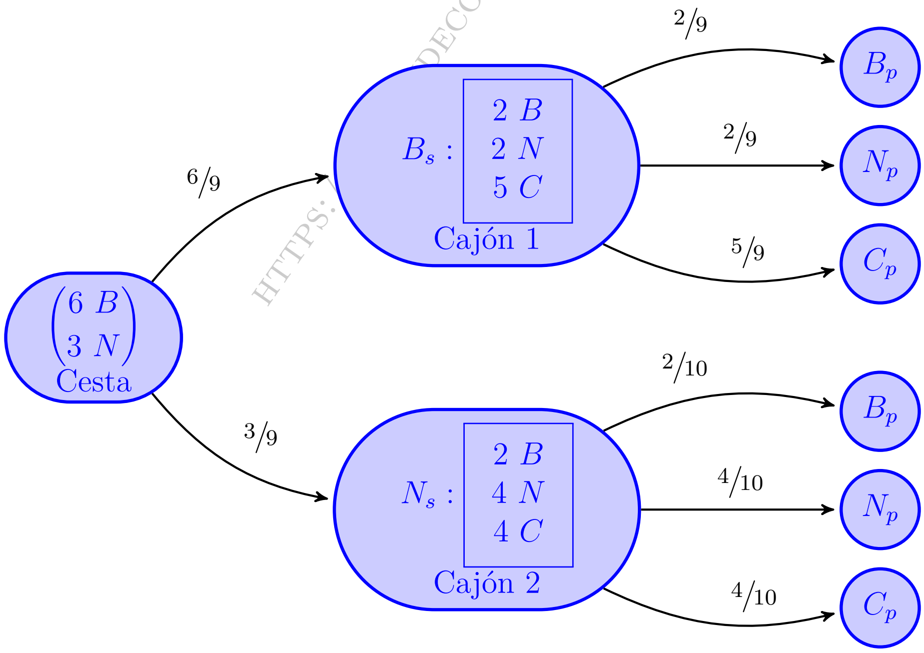
Solución.

Sean los sucesos:

$B_s \equiv$ "El sombrero es blanco" $\qquad N_s \equiv$ "El sombrero es negro"

$B_p \equiv$ "El pañuelo es blanco" $\qquad N_p \equiv$ "El pañuelo es negro"

$C_p \equiv$ "El pañuelo es de cuadros"



a) P("En el pañuelo aparece un color que no es el del sombrero")

$$= 1 - P(\text{“El pañuelo es del mismo color que el somprero”})$$

$$= 1 - P\Big((B_s \cap B_p) \cup (N_s \cap N_p)\Big) = 1 - \Big[P(B_s \cap B_p) + P(N_s \cap N_p)\Big]$$

$$= 1 - \Big[P(B_s) \cdot P(B_p \mid B_s) + P(N_s) \cdot P(N_p \mid N_s)\Big] = 1 - \left(\frac{6}{9} \cdot \frac{2}{9} + \frac{3}{9} \cdot \frac{4}{10}\right)$$

$$= \frac{97}{135} = 0.7185$$

b) P("Aparezca el negro en algún complemento")

$$= 1 - P(\text{"Los dos complementos son blancos"})$$
$$= 1 - P(B_s \cap B_p) = 1 - P(B_s) \cdot P(B_p \mid B_s) = 1 - \frac{6}{9} \cdot \frac{2}{9} = \frac{23}{27} = 0.8518$$

c) $$P(N_s \mid C_p) = \frac{P(N_s \cap C_p)}{P(C_p)} = \frac{P(N_s) \cdot P(C_p \mid N_s)}{P(B_s \cap C_p) + P(N_s \cap C_p)}$$
$$= \frac{P(N_s) \cdot P(C_p \mid N_s)}{P(B_s) \cdot P(C_p \mid B_s) + P(N_s) \cdot P(C_p \mid N_s)} = \frac{\frac{3}{9} \cdot \frac{4}{10}}{\frac{6}{9} \cdot \frac{5}{9} + \frac{3}{9} \cdot \frac{4}{10}} = \frac{9}{34} = 0.2647$$

Ejercicio 24

Una influencer *famosa publica en su Instagram un 20 % de fotografías dedicadas a viajes, un 50 % referentes a temas de moda y el resto sobre maternidad. El 5 % de las publicaciones de viajes reciben menos de 20000* Me gusta *lo mismo ocurre con el 20 % de las de moda y con el 35 % de las que tratan asuntos de maternidad. Elegida una fotografía al azar, se pide:*

a) Determinar la probabilidad de que tenga más de 20000 Me gusta.

b) Si tiene menos de 20000 Me gusta, *calcular la probabilidad de que el tema tratado en ella haya sido sobre viajes.*

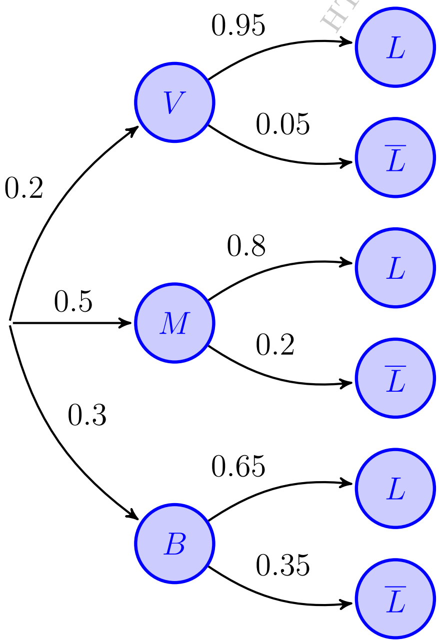
(Madrid - Matemáticas II - Junio 2022 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos

V = "La fotografía es de viajes" M = "La fotografía es de moda"

B = "La fotografía es de maternidad" L = "La foto tiene más de 20000 *Me gusta*"



a) $$P(L) = P\Big((V \cap L) \cup (M \cap L) \cup (B \cap L)\Big)$$
$$= P(V \cap L) + P(M \cap L) + P(B \cap L)$$
$$= P(V) \cdot P(L \mid V) + P(M) \cdot P(L \mid M)$$
$$+ P(B) \cdot P(L \mid B) = 0.2 \cdot 0.95$$
$$+ 0.5 \cdot 0.8 + 0.3 \cdot 0.65 = 0.785$$

b) $$P(V \mid \overline{L}) = \frac{P(V \cap \overline{L})}{P(\overline{L})} = \frac{P(V) \cdot P(\overline{L} \mid V)}{1 - P(L)}$$
$$= \frac{0.2 \cdot 0.05}{1 - 0.785} = 0.0465$$

Ejercicio 25

Una empresa comercializa tres tipos de productos A, B y C. Cuatro de cada siete productos son de tipo A, dos de cada siete productos son de tipo B y el resto lo son de tipo C. A la exportación se destina un 40 % de los productos tipo A, un 60 % de los productos tipo B y un 20 % de los productos tipo C. Elegido un producto al azar, se pide:

a) *Calcular la probabilidad de que el producto sea destinado a la exportación.*

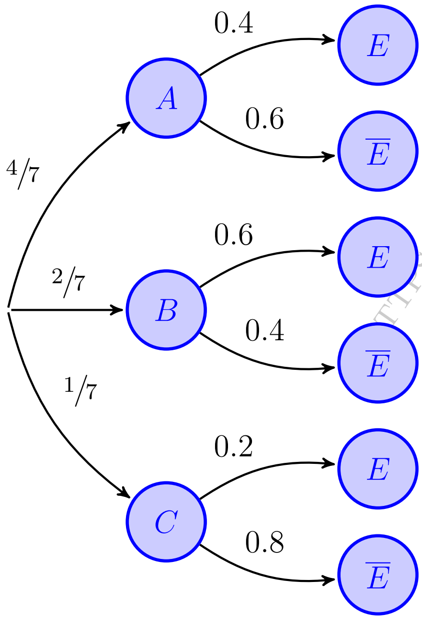
b) *Calcular la probabilidad de que sea del tipo C sabiendo que el producto es destinado a la exportación.*

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2022 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El producto es del tipo } A\text{”}$$
$$B \equiv \text{“El producto es del tipo } B\text{”}$$
$$C \equiv \text{“El producto es del tipo } C\text{”}$$
$$E \equiv \text{“El producto se dedica a la exportación”}$$



a) $P(E) = P\Big((A \cap E) \cup (B \cap E) \cup (C \cap E)\Big)$

$= P\Big((A \cap E) + P(B \cap E) + P(C \cap E)\Big)$

$= P(A) \cdot P(E \mid A) + P(B) \cdot P(E \mid B)$

$+ P(C) \cdot P(E \mid C) = \dfrac{4}{7} \cdot 0.4$

$\dfrac{2}{7} \cdot 0.6 + \dfrac{1}{7} \cdot 0.2 = 0.4286$

b) $P(C \mid E) = \dfrac{1/7 \cdot 0.2}{0.4286} = 0.0667$