MATEMATICAS CCSS & II
ALGEBRA DE SUCESOS

https://aprendeconmigomelon.com

14 de marzo de 2023

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

En este libro he reunido una serie de ejercicios de Algebra de Sucesos y tablas de contingencia, la mayoría de los cuales están seleccionados de exámenes de Matemáticas aplicadas a las CCSS y Matemáticas II de la EVAU de varias Comunidades. En total más de 80 problemas resueltos que espero que te resulten de utilidad.

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Índice general

Ejercicios de Algebra de Sucesos 2
Ejercicio 1: - . . . 3

EVAU - Matemáticas CCSS 4
Andalucía . . . 5
Ejercicio 2: 2021 Modelo Bloque C-5 . . . 6
Ejercicio 3: 2021 Junio - Reserva Bloque C-5 . . . 6
Ejercicio 4: 2021 Julio Bloque C-6 . . . 7
Ejercicio 5: 2021 Julio - Suplente Bloque C-6 . . . 8
Ejercicio 6: 2022 Junio Bloque C-5 . . . 9
Ejercicio 7: 2022 Junio Bloque C-6 . . . 10
Ejercicio 8: 2022 Junio - Reserva Bloque C-5 . . . 11
Ejercicio 9: 2022 Junio - Suplente Bloque C-5 . . . 12
Ejercicio 10: 2022 Junio - Suplente Bloque C-6 . . . 13
Ejercicio 11: 2022 Julio - Reserva Bloque C-5 . . . 14
Ejercicio 12: 2022 Julio - Reserva Bloque C-6 . . . 15
Ejercicio 13: 2022 Julio - Suplente Bloque C-5 . . . 16
Castilla-La Mancha . . . 17
Ejercicio 14: 2022 Junio S3 B1-1 . . . 18
Ejercicio 15: 2022 Julio S2 B1-1 . . . 19
Castilla y León . . . 20
Ejercicio 16: 2022 Junio Ej-3 . . . 21
Comunidad de Madrid . . . 22
Ejercicio 17: 2008 Junio B-3 . . . 23
Ejercicio 18: 2009 Septiembre B-3 . . . 24
Ejercicio 19: 2010 Modelo A-3 . . . 25
Ejercicio 20: 2010 Modelo B-3 . . . 26
Ejercicio 21: 2010 Junio - Fase Especifica A-3 . . . 26

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 22: 2011 Modelo A-3 27
Ejercicio 23: 2011 Septiembre - Coincidentes B-3 28
Ejercicio 24: 2014 Modelo A-4 29
Ejercicio 25: 2014 Junio A-4 30
Ejercicio 26: 2014 Junio - Coincidentes A-4 31
Ejercicio 27: 2014 Junio - Coincidentes B-4 32
Ejercicio 28: 2014 Septiembre - Coincidentes A-4 33
Ejercicio 29: 2014 Septiembre - Coincidentes A-4 34
Ejercicio 30: 2015 Modelo A-4 34
Ejercicio 31: 2015 Junio B-4 35
Ejercicio 32: 2015 Junio - Coinciedentes B-4 35
Ejercicio 33: 2015 Septiembre A-4 36
Ejercicio 34: 2015 Septiembre - Coinciedentes A-4 37
Ejercicio 35: 2016 Modelo B-4 38
Ejercicio 36: 2016 Junio A-4 39
Ejercicio 37: 2016 Junio - Coinciedentes A-4 40
Ejercicio 38: 2016 Septiembre A-4 41
Ejercicio 39: 2017 Junio B-4 42
Ejercicio 40: 2017 Junio - Coincidentes B-4 43
Ejercicio 41: 2017 Septiembre B-4 44
Ejercicio 42: 2017 Septiembre - Coincidentes B-4 44
Ejercicio 43: 2018 Modelo A-4 45
Ejercicio 44: 2018 Modelo B-4 45
Ejercicio 45: 2018 Junio - Coincidentes A-4 46
Ejercicio 46: 2018 Junio - Coincidentes B-4 47
Ejercicio 47: 2018 Julio B-4 48
Ejercicio 48: 2019 Junio A-4 48
Ejercicio 49: 2019 Junio - Coincidentes B-4 49
Ejercicio 50: 2019 Julio A-4 50
Ejercicio 51: 2019 Julio B-4 51
Ejercicio 52: 2020 Junio B-4 52
Ejercicio 53: 2020 Junio - Coincidentes B-4 53
Ejercicio 54: 2020 Septiembre A-4 54
Ejercicio 55: 2021 Modelo B-4 55
Ejercicio 56: 2021 Junio B-4 56
Ejercicio 57: 2021 Junio - Coincidentes A-4 56
Ejercicio 58: 2021 Junio - Coincidentes B-4 57
Ejercicio 59: 2021 Julio A-4 57
Ejercicio 60: 2022 Modelo B-4 58
Ejercicio 61: 2022 Junio A-4 59
Ejercicio 62: 2022 Junio - Coincidentes A-4 59

https://aprendeconmigomelon.com

Ejercicio 63: 2022 Julio A-4 60
Ejercicio 64: 2022 Julio - Coincidentes A-4 61
Ejercicio 65: 2023 Modelo A-4 61
Comunidad Valenciana 62
Ejercicio 66: 2021 Junio Ej-5 63
Ejercicio 67: 2021 Julio Ej-5 64
Ejercicio 68: 2022 Junio Ej-6 65
Ejercicio 69: 2022 Julio Ej-5 66

EVAU - Matemáticas II **67**
Comunidad de Madrid 68
Ejercicio 70: 2017 Septiembre A-4 69
Ejercicio 71: 2018 Modelo B-4 69
Ejercicio 72: 2018 Junio - Coincidentes B-4 70
Ejercicio 73: 2019 Junio - Coincidentes A-4 71
Ejercicio 74: 2020 Modelo A-4 72
Ejercicio 75: 2020 Junio A-4 73
Ejercicio 76: 2020 Junio B-4 74
Ejercicio 77: 2020 Junio - Coincidentes A-4 75
Ejercicio 78: 2020 Septiembre B-4 76
Ejercicio 79: 2021 Junio B-3 77
Ejercicio 80: 2022 Modelo B-4 78
Ejercicio 81: 2022 Junio - Coincidentes A-4 79
Ejercicio 82: 2022 Julio - Coincidentes A-4 80
Ejercicio 83: 2022 Julio - Coincidentes B-4 81

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicios de Algebra de Sucesos

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 1

Sabiendo que

$$P(A \mid B) = \frac{1}{3} \quad \& \quad P(B \mid A) = \frac{1}{14} \quad \& \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{7}{15}$$

se pide:

a) Probar razonadamente que $P(A \cap B) = \dfrac{1}{30}$

b) Calcular $P(A)$ *y* $P(B)$.

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{3} \implies P(B) = 3 \cdot P(A \cap B) \odot$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{14} \implies P(A) = 14 \cdot P(A \cap B) \circledast$$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \Big[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\Big]$$

$$\overset{\circledast\,\odot}{=} 1 - \Big]14 \cdot P(A \cap B) + 3 \cdot P(A \cap B) - P(A \cap B)\Big] = 1 - 16 \cdot P(A \cap B)$$

$$= \frac{7}{15} \implies 16 \cdot P(A \cap B) = \frac{8}{15} \implies P(A \cap B) = \frac{1}{30} \checkmark$$

b) $P(A) = 14 \cdot P(A \cap B) = 14 \cdot \dfrac{1}{30} = \dfrac{14}{30} = \dfrac{7}{15}$

$$P(B) = 3 \cdot P(A \cap B) = 3 \cdot \frac{1}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

EVAU - Matemáticas CCSS

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Andalucia

Ejercicio 2

a) *Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que* $P(A) = 0.5 \quad \& \quad P(B) = 0.4 \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.8$*, determine* $P(A \mid B)$.

b) *Sean C y D dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que* $P(C) = 0.3 \quad \& \quad P(D) = 0.8$*, y que C y D son independientes, determine* $P(C \cup D)$.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Modelo 2021 - Bloque C)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.5 + 0.4 - 0.8 = 0.1$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{0.4} = 0.25$$

b) $P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D) \overset{C\ y\ D}{\underset{Indep.}{=}} P(C) + P(D) - P(C) \cdot P(D)$

$$= 0.3 + 0.8 - 0.3 \cdot 0.8 = 0.86$$

———————— ∘ ————————

Ejercicio 3

Sean A y B dos sucesos de un mismo experimento aleatorio de los que se sabe que:

$$P(A - B) = 0.3 \quad \& \quad P(\overline{A}) = 0.35 \quad \& \quad P(B) = 0.55$$

a) *Calcule la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos.*

b) *Calcule la probabilidad de que ocurra B, sabiendo que no ha ocurrido A.*

c) *Calcule la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.*

d) *Razone si los sucesos A y B son independientes.*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Bloque C - Reserva)

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Solución.

Utilizaremos la notación $P(A \cap \overline{B}) = P(A - B)$

a) $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0.35 = 0.65$

$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) \implies P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \overline{B}) = 0.65 - 0.3 = 0.35$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.65 + 0.55 - 0.35 = 0.85$

b) $$P(B \mid \overline{A}) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\overline{A})} = \frac{0.55 - 0.35}{0.35} = 0.5714$$

c) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.85 = 0.15$

d) $P(A \cap B) = 0.35$

$P(A) \cdot P(B) = 0.65 \cdot 0.55 = 0.3575$

Como $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$, los sucesos A y B no son independientes.

———————— ∘ ————————

Ejercicio 4

En una comunidad de vecinos, el 90 % de sus miembros tiene vehículo propio, el 40 % hace uso del transporte público y un 3 % ni tiene vehículo propio ni usa el transporte público. Se elige al azar un miembro de esa comunidad.

a) Calcule la probabilidad de que tenga vehículo propio o use el transporte público.

b) Calcule la probabilidad de que use el transporte público y no tenga vehículo propio.

c) Calcule la probabilidad de que use el transporte público, sabiendo que no tiene vehículo propio.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2021 - Bloque C - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos:

$$V \equiv \text{“El vecino tiene vehículo propio”}$$
$$T \equiv \text{“El vecino utilza el transporte público”}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Del enunciado tenemos:

$$P(V) = 0.9 \qquad \& \qquad P(T) = 0.4 \qquad \& \qquad P(\overline{V} \cap \overline{T}) = 0.03$$

a) $P(\overline{V} \cap \overline{T}) = 0.03 = P(\overline{V \cup T}) = 1 - P(V \cup T) = 0.03 \implies P(V \cup T) = 0.97$

b) $P(V \cap T) = P(V) + P(T) - P(V \cup T) = 0.9 + 0.4 - 0.97) = 0.33$

$P(T \cap \overline{V}) = P(T) - P(V \cap T) = 0.4 - 0.33 = 0.07$

c) $P(P \mid \overline{V}) = \dfrac{P(T \cap \overline{V})}{P(\overline{V})} = \dfrac{P(T \cap \overline{V})}{1 - P(V)} = \dfrac{0.07}{1 - 0.9} = 0.7$

Ejercicio 5

Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo espacio muestral con $P(A^c) = 0.4$ y $P(A \cap B^c) = 0.12$.

a) Calcule $P(A)$ y $P(A \cap B)$.

b) Determine $P(B)$ para que A y B sean independientes.

c) Si $P(B^c) = 0.2$, calcule $P(A \cup B)$, $P(A^c \cup B^c)$ y $P(A \mid B^c)$.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2021 - Bloque C - Suplente)

Solución.

Utilizaremos la notación $\overline{A}$ para el suceso complementario del suceso A.

a) $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0.4 = 0.6$

$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.12 \implies P(A \cap B) = 0.6 - 0.12 = 0.48$

b) A y B son independientes $\iff P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$\implies 0.48 = 0.6 \cdot P(B) \implies P(B) = 0.8$

c) $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.2 = 0.8$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.8 - 0.48 = 0.92$

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.48 = 0.52$

$$P(A \mid \overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0.12}{0.2} = 0.6$$

HTTPS://APRENDECONMICOMELON.COM

[C]

Ejercicio 6

En un estudio realizado en una sucursal bancaria se ha determinado que el 70 % de los créditos concedidos son hipotecarios y el 25 % de los créditos superan los 200000€. El 20 % de los créditos son hipotecarios y de más de 200000€. Se elige al azar un cliente al que le han concedido un crédito. Calcule la probabilidad de que:

a) El crédito no sea hipotecario y no supere los 200000€.

b) Si su crédito no es hipotecario, éste no supere los 200000€.

c) Si su crédito supera los 200000€, que éste no sea hipotecario.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque C)

Solución.

Sean los sucesos:

$$H \equiv \text{“El crédito es hipotecario”}$$
$$S \equiv \text{“El crédito supera los 200000€”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(H) = 0.7 \qquad \& \qquad P(S) = 0.25 \qquad \& \qquad P(H \cap S) = 0.2$$

1ª Forma: Teoría de Sucesos

a) $P(\overline{H} \cap \overline{S}) = P(\overline{H \cup S}) = 1 - P(H \cup S) = 1 - \left[P(H) + P(S) - P(H \cap S)\right]$

$= 1 - (0.7 + 0.25 - 0.2) = 0.25$

b) $P(\overline{S} \mid \overline{H}) = \dfrac{P(\overline{S} \cap \overline{H})}{P(\overline{H})} = \dfrac{P(\overline{S} \cap \overline{H})}{1 - P(H)} = \dfrac{0.25}{1 - 0.7} = 0.833$

c) $P(\overline{H} \mid S) = \dfrac{(\overline{H} \cap S)}{P(S)} = \dfrac{P(S) - P(H \cap S)}{P(S)} = \dfrac{0.25 - 0.2}{0.25} = 0.2$

2ª Forma: Tabla de Contingencia

	H	$\overline{H}$	**Total**
S	0.2	0.05	0.25
$\overline{S}$	0.5	0.25	0.75
Total	0.7	0.3	1

a) $P(\overline{H} \cap \overline{S}) = 0.25$

b) $P(\overline{S} \mid \overline{H}) = \dfrac{0.25}{0.3} = 0.833$

c) $P(\overline{H} \mid S) = \dfrac{0.05}{0.25} = 0.2$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 7

En su tiempo libre, el 65 % de los estudiantes de un centro educativo juega con videojuegos, el 45 % lee libros y el 15 % no hace ninguna de las dos cosas. Elegido al azar un estudiante de dicho centro, calcule la probabilidad de que:

a) Juegue con videojuegos o lea libros.

b) Juegue con videojuegos y no lea libros.

c) Lea libros sabiendo que no juega con videojuegos.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque C)

Solución.

Sean los sucesos:

$$V \equiv \text{“El estudiante juega a videojuegos”}$$
$$L \equiv \text{“El estudiante lee libros”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(V) = 0.65 \qquad \& \qquad P(L) = 0.45 \qquad \& \qquad P(\overline{V} \cap \overline{L}) = 0.15$$

1ª Forma: Teoría de Sucesos

a) $P(V \cup L) = 1 - P(\overline{V \cup L}) = 1 - P(\overline{V} \cap \overline{L}) = 1 - 0.15 = 0.85$

b) $P(V \cap \overline{L}) = P(V \cup L) - P(L) = 0.85 - 0.45 = 0.4$

c) $P(L \mid \overline{V}) = \dfrac{P(L \cap \overline{V})}{P(\overline{V})} = \dfrac{P(V \cup L) - P(V)}{1 - P(V)} = \dfrac{0.85 - 0.65}{1 - 0.65} = \dfrac{0.2}{0.35} = 0.571$

2ª Forma: Tabla de Contingencia

	V	$\overline{V}$	**Total**
L	0.25	0.2	0.45
$\overline{L}$	0.4	0.15	0.55
Total	0.65	0.35	1

a) $P(V \cup L) = P(V) + P(L) - P(V \cap L)$
$= 0.65 + 0.45 - 0.25 = 0.85$

b) $P(V \cap \overline{L}) = 0.4$

c) $P(L \mid \overline{V}) = \dfrac{0.2}{0.35} = 0.571$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 8

De los sucesos A y B de mismo experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A) = 0.7 \qquad \& \qquad P(B) = 0.6 \qquad \& \qquad P(A \cup B) = 0.8$$

Calcule la probabilidad de que:

a) *Ocurra A y B.*

b) *No ocurra ni A ni B.*

c) *Ocurra A pero no B.*

d) *Ocurra A sabiendo que no ha ocurrido B*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque C - Reserva)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.7 + 0.6 - 0.8 = 0.5$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.8 = 0.2$

c) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.7 - 0.5 = 0.2$

d) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} == \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{1 - P(B)} = \dfrac{0.2}{1 - 0.6} = 0.5$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 9

Juan realiza el siguiente juego: Lanza dos dados simultáneamente y si la suma es 2 o mayor que 7, gana y termina el juego. En caso contrario, tiene una segunda y última oportunidad lanzando de nuevo los dos dados y ganaría si la suma es mayor que 9.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan gane lanzando una sola vez los dados?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan gane en la segunda oportunidad?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan gane?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque C - Suplente)

Solución.

Sea el suceso:

$$\begin{aligned}
G_i \equiv& \text{“Ganar en el lanzamiento } i\text{”}\\
\Omega =&\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)\\
&(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)\\
&(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)\\
&(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)\\
&(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)\\
&(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}\\
G_1 =&\{(1,1),(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2),(3,6),(4,5)\\
&(5,4),(6,3),(4,6),(5,5),(6,4),(5,6),(6,5),(6,6)\}\\
G_2 =&\{(4,6),(5,5),(6,4),(5,6),(6,5),(6,6)\}
\end{aligned}$$

a) $P(G_1) = \dfrac{16}{36} = 0.4444$

b) $P(\overline{G}_1 \cap G_2) = P(\overline{G}_1) \cdot P(G_2) = \dfrac{20}{36} \cdot \dfrac{6}{36} = \dfrac{5}{54} = 0.0926$

c) $P(G) = P\Big(G_1 \cup (\overline{G}_1 \cap G_2)\Big) = P(G_1) + P(\overline{G}_1 \cap G_2) = \dfrac{16}{36} + \dfrac{5}{54} = 0.537$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 10

Una encuesta realizada a los clientes de un banco muestra que el 60 % de sus clientes tiene un ordenador, el 50 % tiene una tablet y el 20 % posee un ordenador y una tablet. Se elige al azar un cliente de ese banco.

a) Calcule la probabilidad de que:

i) Tenga un ordenador o una tablet.

ii) No tenga tablet si no tiene ordenador.

iii) Tenga ordenador y no tenga tablet.

b) (0.5 puntos) ¿Son los sucesos "Tener un ordenador" y "Tener una tablet" incompatibles? ¿Son sucesos independientes?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque C - Suplente)

Solución.

Sean los sucesos:

$$O \equiv \text{"El cliente tiene un ordenador"}$$
$$T \equiv \text{"El cliente tiene una tablet"}$$

$$P(O) = 0.6 \qquad \& \qquad P(T) = 0.5 \qquad \& \qquad P(O \cap T) = 0.2$$

a) i) $P(O \cup T) = P(O) + P(T) - P(O \cap T) = 0.6 + 0.5 - 0.2 = 0.9$

ii) $P(\overline{T} \mid \overline{O}) = \dfrac{P(\overline{T} \cap \overline{O})}{P(\overline{O})} = \dfrac{P(\overline{T \cup O})}{1 - P(O)} = \dfrac{1 - P(T \cup O)}{1 - P(O)} = \dfrac{1 - 0.9}{1 - 0.6} = 0.25$

iii) $P(O \cap \overline{T}) = P(O) - P(O \cap T) = 0.6 - 0.2 = 0.4$

b) $P(O \cap T) = 0.1 \neq 0 \implies$ los sucesos O y T no son incompatibles

$P(O) \cdot P(T) = 0.6 \cdot 0.5 = 0.3 \neq P(O \cap T) \Rightarrow$ los sucesos O y T no son independientes

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 11

El 80 % de los restaurantes de una localidad admite el pago con tarjeta de crédito, el 50 % admite pagar mediante el móvil y el 10 % no admite el pago con ninguno de estos métodos. Escogido al azar un restaurante de dicha localidad.

a) Calcule la probabilidad de que el restaurante admita.

I) Alguno de estos dos medios de pago.

II) Pagar con móvil sabiendo que admite pagar con tarjeta de crédito.

b) (puntos) ¿Son independientes los sucesos "Pagar con tarjeta" y "Pagar con móvil"?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque C - Reserva)

Solución.

Sean los sucesos:

$$T \equiv \text{“El establecimiento admite pago con tarjeta”}$$
$$M \equiv \text{“El establecimiento admite pago con móvil”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(T) = 0.8 \qquad \& \qquad P(M) = 0.5 \qquad \& \qquad P(\overline{T} \cap \overline{M}) = 0.1$$

a) I) $P(\overline{T} \cap \overline{M}) = P(\overline{T \cup M}) = 1 - P(T \cup M) = 0.1 \implies P(T \cup M) = 0.9$

II) $$P(M \mid T) = \frac{P(M \cap T)}{P(T)} = \frac{P(M) + P(T) - P(M \cup T)}{P(T)} = \frac{0.8 + 0.5 - 0.9}{0.8}$$
$$= \frac{0.4}{0.8} = 0.5$$

b) $P(T \cap M) = 0.4$

$P(T) \cdot P(M) = 0.5 \cdot 0.8 = 0.4 = P(T \cap M) \implies T$ y M son independientes

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 12

En una localidad se han vendido 1335 *boletos de lotería en tres establecimientos* A, B *y* C. *En el establecimiento* A *se han vendido* 1054 *boletos,* 99 *en* B *y el resto en* C. *De los boletos premiados,* 5 *han sido vendidos en* B *y* 13 *en* C. *Sabemos que* 95 *de cada* 100 *boletos vendidos no han obtenido premio. Elegido un boleto al azar, se pide:*

a) ¿Cuál es el establecimiento que tiene una mayor probabilidad de haber vendido un boleto no premiado?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un boleto no premiado haya sido vendido en el establecimiento A*?*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque C - Reserva)

Solución.

Boletas premiados $= 0.05 \cdot 1335 = 66.75$ & Boletas no premiados $= 0.95 \cdot 1335 = 1268.25$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

	A	B	C	**Total**
P	48.75	5	13	66.75
$\overline{P}$	1005.25	94	169	1268.25
Total	1054	99	182	1335

a) $P(A \mid \overline{P}) = \dfrac{1005.25}{1268.25} = 0.7926$

$P(B \mid \overline{P}) = \dfrac{94}{1268.25} = 0.0741$

$P(C \mid \overline{P}) = \dfrac{169}{1268.25} = 0.0.1332$

Luego el establecimiento que tiene más probabilidad de vender un boleto no premiado es el A.

b) $P(A \mid \overline{P}) = \dfrac{1005.25}{1268.25} = 0.7926$

Ejercicio 13

Se ha llevado a cabo una encuesta en un centro educativo para saber qué actividades extraescolares se realizan por la tarde. El 80 % de los encuestados practican deporte o estudian idiomas, el 35 % realizan ambas actividades y el 60 % no estudian idiomas.

a) *Elegido un estudiante de ese centro al azar, calcule la probabilidad de que:*

   I) *Practique deporte y no estudie idiomas.*

   II) *Estudie idiomas y no practique deporte.*

   III) *Haga solamente una de las dos actividades.*

   IV) *No haga ninguna de las dos actividades.*

b) *(0.5 puntos) ¿Son independientes los sucesos “Practicar deporte” y “Estudiar idiomas”?*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque C - Suplente)

Solución.

Sean los sucesos:

$$D \equiv \text{“El estudiante practica deporte”}$$
$$I \equiv \text{“El estudiante estudia idiomas”}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Del enunciado tenemos:

$$P(D \cup I) = 0.8 \quad \& \quad P(D \cap I) = 0.35 \quad \& \quad P(\overline{I}) = 0.6 \implies P(I) = 1 - 0.6 = 0.4$$

a) I) $P(D \cup I) = P(D) + P(I) - P(D \cap I)$

$\implies P(D) = P(D \cup I) + P(D \cap I) - P(I) = 0.8 + 0.35 - 0.4 = 0.75$

$P(D \cap \overline{I}) = P(D) - P(D \cap I) = 0.75 - 0.35 = 0.4$

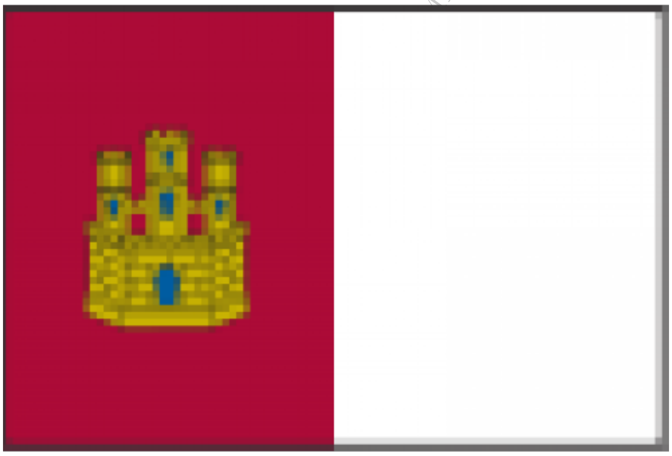
II) $P(\overline{D} \cap I) = P(I) - P(D \cap I) = 0.4 - 0.35 = 0.05$

III) $P\Big((D \cap \overline{I}) \cup (\overline{D} \cap I)\Big) = P(D \cap \overline{I}) + P(\overline{D} \cap I) = 0.4 + 0.05 = 0.45$

IV) $P(\overline{D} \cap \overline{I}) = P(\overline{D \cup I}) = 1 - P(D \cup I) = 1 - 0.8 = 0.2$

b) $P(D) \cdot P(I) = 0.75 \cdot 0.4 = 0.3 \neq P(D \cap I) \Rightarrow$ Los sucesos D y I no son independientes

Castilla-La Mancha



MELON.COM

Ejercicio 14

El 40 % de las personas que acuden a una consulta médica lo hacen para diagnosticar una enfermedad, el 30 % para solicitar recetas y un 10 % para ambas cosas, diagnosticar una enfermedad y solicitar recetas.

a) Elegida una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que acuda a solicitar recetas o a diagnosticar una enfermedad o ambos?

b) Si se sabe que una persona ha acudido a diagnosticar una enfermedad ,¿cuál es la probabilidad de que esta persona también solicite recetas?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Sección 3 - Bloque 1)

Solución.

Sean los sucesos:

$$D \equiv \text{“La persona acude a ser diagnosticada”}$$
$$R \equiv \text{“La persona acude a por recetas”}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

De enunciado tenemos:

$$P(D) = 0.4 \qquad \& \qquad P(R) = 0.3 \qquad \& \qquad P(D \cap R) = 0.1$$

a) $P(D \cup R) = P(D) + P(R) - P(D \cap R) = 0.4 + 0.3 - 0.1 = 0.6$

b) $P(R \mid D) = \dfrac{P(R \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0.1}{0.4} = 0.25$

Ejercicio 15

En un ejercicio de oposición, el opositor ha de presentar un tema de los cuatro que se seleccionan al azar de un programa de 40 temas. Si los cuatro temas seleccionados han de ser distintos y el opositor tiene bien preparados 22 temas,

a) ¿Qué probabilidad tiene el opositor de aprobar el examen?

b) ¿Qué probabilidad tiene el opositor de saberse exactamente uno de los cuatro temas elegidos?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Sección 3 - Bloque 1)

Solución.

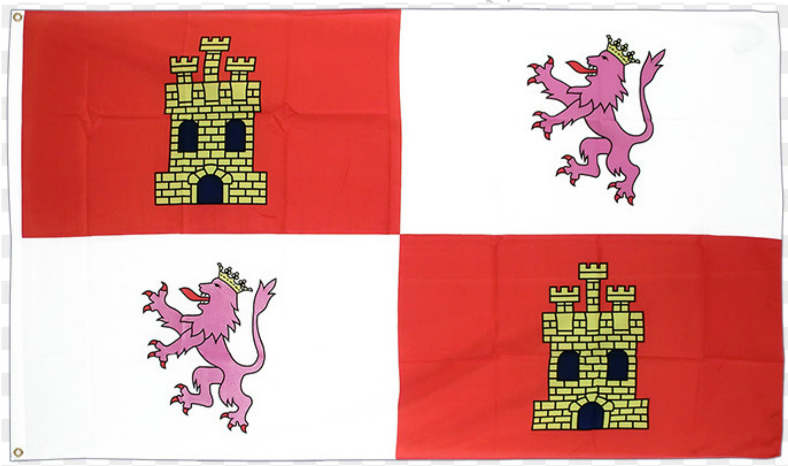
Sea el suceso $X_i \equiv$ "El opositor ha preparado el tema i "

a) $$P(X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup X_4) = 1 - P(\overline{X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup X_4}) = 1 - P(\overline{X}_1 \cap \overline{X}_2 \cap \overline{X}_3 \cap \overline{X}_4) = 1 - \frac{18}{40} \cdot \frac{17}{39} \cdot \frac{16}{38} \cdot \frac{15}{37} = 0.9665$$

b) $$\begin{aligned} P(\text{“Saber exactamente uno”}) &= P(X_1 \cap \overline{X}_2 \cap \overline{X}_3 \cap \overline{X}_4) + P(\overline{X}_1 \cap X_2 \cap \overline{X}_3 \cap \overline{X}_4) \\ &+ P(\overline{X}_1 \cap \overline{X}_2 \cap X_3 \cap \overline{X}_4) + P(\overline{X}_1 \cap \overline{X}_2 \cap \overline{X}_3 \cap X_4) \\ &= 4 \cdot \frac{22}{40} \cdot \frac{18}{39} \cdot \frac{17}{38} \cdot \frac{16}{37} = 0.1964 \end{aligned}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Castilla y León



MUSAELON.COM

Ejercicio 16

Sabiendo que la probabilidad de que un hombre llegue a los 70 *años es* 0.78 *y la probabilidad de que una mujer llegue a los* 70 *años es* 0.83*, calcular razonadamente la probabilidad de que ambos lleguen a los* 70 *años.*

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

$H \equiv$ "El hombre supera los 70 años" & $M \equiv$ "La mujer supera los 70 años"

$P(H \cap M) = P(H) \cdot P(M) = 0.78 \cdot 0.83 = 0.6474$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Comunidad de Madrid

Ejercicio 17

Se consideran dos sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = \frac{1}{4} \qquad \& \qquad P(B) = \frac{1}{3} \qquad \& \qquad P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

a) ¿Son A y B sucesos independientes? Razónese.

b) Calcúlese $P(\overline{A} \mid \overline{B})$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2008 - Opción B)

Solución.

a) Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

Luego los sucesos A y B son independientes.

b) $P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(\overline{A \cup B})}{1 - P(B)} = \dfrac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \dfrac{1 - 1/2}{1 - 1/3} = \dfrac{3}{4}$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 18

La probabilidad de que a un habitante de un cierto pueblo de la Comunidad de Madrid le guste la música moderna es igual a 0.55*, la probabilidad de que le guste la música clásica es igual a* 0.40 *y la probabilidad de que no le guste ninguna de las dos es igual a* 0.25*. Se elige al azar un habitante de dicho pueblo. Calcúlese la probabilidad de que le guste:*

a) Al menos uno de los dos tipos de música.

b) La música clásica y también la música moderna.

c) Sólo la música clásica.

d) Sólo la música moderna.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2009 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$M \equiv \text{“Gustar la música moderna”} C \qquad \equiv \text{“Gustar la música clásica”}$$

$$P(M) = 0.55 \qquad \& \qquad P(C) = 0.40 \qquad \& \qquad P(\overline{C} \cap \overline{M}) = 0.25$$

a) $P(\overline{C} \cap \overline{M}) = P(\overline{C \cup M}) = 1 - P(C \cup M) = 0.25 \implies P(C \cup M) = 1 - 0.25 = 0.75$

b) $P(C \cap M) = P(C) + P(M) - P(C \cup M) = 0.40 + 0.55 - 0.75 = 0.20$

c) $P(C \cap \overline{M}) = P(C) - P(C \cap M) = 0.40 - 0.20 = 0.20$

d) $P(\overline{C} \cap M) = P(M) - P(C \cap M) = 0.44 - 0.20 = 0.35$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 19

> *Según un cierto estudio, el 40 % de los hogares europeos tienen contratado acceso a internet, el 33 % tiene contratada televisión por cable, y el 20 % disponen de ambos servicios. Se selecciona un hogar europeo al azar.*
>
> *a) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo tenga contratada la televisión por cable?*
>
> *b) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga contratado ninguno de los dos servicios?*
>
> *(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2010 - Opción A)*

Solución.

Sean los sucesos:

$$I \equiv \text{“El hogar tiene contratado acceso a internet”}$$
$$C \equiv \text{“El hogar tiene contratado televisión por cable”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(I) = 0.4 \quad \& \quad P(C) = 0.33 \quad \& \quad P(I \cap C) = 0.2$$

a) $P(\overline{I} \cap C) = P(C) - P(i \cap C) = 0.33 - 0.2 = 0.13$

b) $P(\overline{I} \cap \overline{C}) = P(\overline{I \cup C}) = 1 - P(I \cup C) = 1 - [P(I) + P(C) - P(I \cap C)]$
$= 1 - (0.4 + 0.33 - 0.2) = 0.47$

Otra Forma: Tabla de Contingencia

	I	$\overline{I}$	**Total**
C	0.2	0.13	0.33
$\overline{C}$	0.2	0.47	0.13
Total	0.4	0.6	1

a) $P(\overline{I} \cap C) = 0.13$

b) $P(\overline{I} \cap \overline{C}) = 0.47$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 20

Sean A y B dos sucesos aleatrorios tales que:

$$P(A) = \frac{3}{4} \qquad \& \qquad P(B) = \frac{1}{2} \qquad \& \qquad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{1}{20}$$

Calcúlese:

a) $P(A \cup B)$ *b)* $P(A \cap B)$ *c)* $P(\overline{A} \mid B)$ *d)* $P(\overline{B} \mid A)$

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2010 - Opción B)

Solución.

a) $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - \dfrac{1}{20} = \dfrac{19}{20}$

b) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{19}{20} = \dfrac{3}{10}$

c) $P(\overline{A} \mid B) = \dfrac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1/2 - 3/10}{1/2} = \dfrac{2}{10} \cdot 2 = \dfrac{2}{5}$

d) $P(\overline{B} \mid A) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(A)} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{3/4 - 3/10}{3/4} = \dfrac{9}{20} \cdot \dfrac{4}{3} = \dfrac{3}{5}$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 21

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0.5 \qquad \& \qquad P(B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(A \cap B) = 0.1$$

a) $P(A \cup B)$ *b)* $P(\overline{A} \cup \overline{B})$ *c)* $P(A \mid B)$ *d)* $P(\overline{A} \cap B)$

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio FE 2010 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.4 - 0.1 = 0.8$

b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.1 = 0.9$

c) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.1}{0.4} = 0.25$

d) $P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.1 = 0.3$

Ejercicio 22

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que la probabilidad de que ambos ocurran simultáneamente es de $1/6$ y la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos es igual a $7/12$. Se sabe además que $P(A \mid B) = 1/2$.

a) Calcular la probabilidad de que ocurra A o B.

b) Calcular la probabilidadd de que ocurra A.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2011 - Opción A)

Solución.

$$P(A\cap B) = \frac{1}{6} \qquad \& \qquad P(\overline{A}\cap \overline{B}) = \frac{7}{12} \qquad \& \qquad P(A \mid B) = \frac{1}{2}$$

a) $P(\overline{A}\cap\overline{B}) = P(\overline{A\cup B}) = 1 - P(A\cup B) = \dfrac{7}{12} \implies P(A\cup B) = 1 - \dfrac{7}{12} = \dfrac{5}{12}$

b) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{2} \implies P(B) = 2\cdot P(A\cap B) = 2\cdot\dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{3}$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 23

Los datos de la tabla siguiente se han extraído de las estadísticas oficiales de la prueba de acceso a estudios universitarios (fase general) de la convocatoria del curso 2009/10 *del Distrito único de Madrid:*

	Chico	*Chica*
Apto	*12109*	*9863*
No apto	*1717*	*1223*

Se elige un alumno al azar de entre los que se presentaron a dicha prueba.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno elegido sea chica o haya resultado apto?

b) Si el alumno elegido es chico, ¿Cuál es la probabilidad de que haya resultado no apto?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2011 - Opción B - Reserva)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\text{♂} \equiv \text{“El alumno elegido es chico”}$$
$$\text{♀} \equiv \text{“La alumna elegida es chica”}$$
$$A \equiv \text{El alumno es apto}$$

Como nos han dado datos relativos al número de alumnos (y no probabilidades) haremos una tabla de contigencia en donde pondremos los datos (en azul) y completaremos el resto.

	♂	♀	**Total**
Apto	12109	9863	21972
No apto	1717	1223	2940
Total	13826	11086	24912

a) $P(\text{♀} \cup A) = P(\text{♀}) + P(A) + P(\text{♀} \cap A) = \dfrac{11086}{24912} + \dfrac{21972}{24912} - \dfrac{9863}{24912} = 0.9311$

b) $P(\overline{A} \mid \text{♂}) = \dfrac{\overline{A} \cap \text{♂}}{P(\overline{A})} = \dfrac{1717/24912}{13826/24912} = 0.124$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 24

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que la probabilidad de que no ocurra B es 0.6. Si el suceso B ocurre, entonces la probabilidad de que el suceso A ocurra es de 0.4 y si el suceso A ocurre, la probabilidad de que el suceso B ocurra es 0.25. Calcúlese:

a) $P(B)$

b) $P(A \cap B)$

c) $P(A)$

d) $P(A \cup B)$

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2014 - Opción A)

Solución.

Del enunciado sabemos que:

$$P(\overline{B}) = 0.6 \qquad \& \qquad P(A \mid B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(B \mid A) = 0.25$$

a) $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.6 = 0.4$

b) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \implies P(A \cap B) = P(A \mid B) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.4 = 0.16$

c) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} \implies P(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B \mid A)} = \dfrac{0.16}{0.25} = 0.64$

d) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.64 + 0.4 - 0.16 = 0.88$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 25

ç

Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral tales que:

$$P(A) = 0.4 \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.5 \quad \& \quad P(B \mid A) = 0.5$$

Calcúlense:

a) $P(B)$

b) $P(A \mid \overline{B})$

Nota: $\overline{S}$ *denota al suceso complementario del suceso* S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2014 - Opción A)

Solución.

a) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{P(A \cap B)}{0.4} = 0.5 \implies P(A \cap B) = 0.2$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\implies P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A) = 0.5 + 0.2 - 0.4 \implies P(B) = 0.3$

b) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \dfrac{0.4 - 0.2}{1 - 0.3} = 0.286$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 26

Todos los trabajadores de una determinada empresa tienen como mínimo conocimientos de Inglés o de Alemán. El 75 % de los empleados tienen conocimientos de Inglés y el 46 % conocimientos de Alemán. Calcúlese la probabilidad de que un empleado elegido al azar:

a) Tenga conocimientos de Inglés y de Alemán.

b) Tenga conocimientos de Inglés si sabemos que tiene conocimientos de Alemán.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2014 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$I \equiv \text{“El trabajador tiene conocimiento de inglés”}$$
$$A \equiv \text{“El trabajador tiene conocimiento de alemán”}$$

Del enunciado tenemos que:

$$P(I \cup A) = 1 \qquad \& \qquad P(I) = 0.75 \qquad \& \qquad P(A) = 0.46$$

a) $P(I \cap A) = P(I) + P(A) - P(I \cup A) = 0.75 + 0.46 - 1 = 0.21$

b) $P(I \mid A) = \dfrac{P(I \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0.21}{0.46} = 0.457$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 27

En un estudio de arquitectura de Madrid trabajan personas de diferentes nacionalidades. El 80 % de las personas que trabajan en el estudio son españolas. El 40 % de los empleados del estudio son mujeres, de las cuales un 90 % son españolas. Calcúlese la probabilidad de que tomando a un empleado del estudio de arquitectura al azar:

a) Sea mujer y extranjera.

b) Sea español sabiendo que no es mujer.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2014 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$E \equiv \text{“El trabajador es español”}$$
$$M \equiv \text{“El trabajador es mujer”}$$
$$H \equiv \text{‘Èl trabajador es hombre”}$$

HTTPS://APRENDECONNIGONELON.COM

a) $P(E \mid M) = \dfrac{P(E \cap M)}{P(M)} \Longrightarrow P(E \cap M) = P(E \mid M) \cdot P(M) = 0.4 \cdot 0.9 = 0.36$

$P(\overline{E} \cap M) = P(M) - P(E \cap M) = 0.4 - 0.36 = 0.04$

b) $P(E \mid \overline{M}) = \dfrac{P(E \cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \dfrac{P(E) - P(E \cap M)}{1 - P(M)} = \dfrac{0.8 - 0.36}{1 - 0.4} = 0.73$

Otra Forma: Tabla de Contingencia

$$P(E \mid M) = \frac{P(E \cap M)}{P(M)} \Longrightarrow P(E \cap M) = P(E \mid M) \cdot P(M) = 0.4 \cdot 0.9 = 0.36$$

	E	$\overline{E}$	Total
M	0.36	0.04	0.4
$\overline{M}$	0.44	0.16	0.6
Total	0.8	0.2	1

a) $P(\overline{E} \cap M) = 0.04$

b) $P(E \mid \overline{M}) = \dfrac{P(E \cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \dfrac{0.44}{0.6} = 0.73$

Ejercicio 28

En la representación de navidad de los alumnos de 3º de primaria de un colegio hay tres tipos de papeles: 7 son de animales, 3 de personas y 12 de árboles. Los papeles se asignan al azar, los alumnos escogen por orden alfabético sobres cerrados en los que está escrito el papel que les ha correspondido.

a) Calcúlese la probabilidad de que a los dos primeros alumnos les toque el mismo tipo de papel.

b) Calcúlese la probabilidad de que el primer papel de persona le toque al tercer alumno de la lista.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2014 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} A_i &\equiv \text{“El alumno } i \text{ tiene un papel de animal”} \\ P_i &\equiv \text{“El alumno } i \text{ tiene un papel de persona”} \\ T_i &\equiv \text{“El alumno } i \text{ tiene un papel de árbol”} \\ M &\equiv \text{“A los dos primeros alumnos les toca el mismo papel”} \end{aligned}$$

a) $P(M) = P\Big((A_1 \cap A_2) \cup (P_1 \cap P_2) \cup (T_1 \cap T_2)\Big) = P(A_1 \cap A_2) + P(P_1 \cap P_2) + P(T_1 \cap T_2)$

$$= P(A_1) \cdot P(A_2 \mid A_1) + P(P_1) \cdot P(P_2 \mid P_1) + P(T_1) \cdot P(T_2 \mid T_1)$$

$$= \frac{7}{22} \cdot \frac{6}{21} + \frac{3}{22} \cdot \frac{2}{21} + \frac{12}{22} \cdot \frac{11}{21} = \frac{30}{77} = 0.3896$$

b) $P(\overline{P}_1 \cap \overline{P}_2 \cap P_3) = P(\overline{P}_1) \cdot P(\overline{P}_2 \mid \overline{P}_1) \cdot P\Big(P_3 \mid (\overline{P}_1 \cap \overline{P}_2)\Big) = \dfrac{19}{22} \cdot \dfrac{18}{21} \cdot \dfrac{3}{20}$

$$= \frac{171}{1540} \simeq 0.111$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

f

Ejercicio 29

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que:

$$P(A) = P(A \mid B) = 0.25 \qquad \& \qquad P(B \mid A) = 0.5$$

a) Estúdiese si los sucesos son independientes.

b) Calcúlese $P(A \cup B)$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2014 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

a) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} \Longrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A) = 0.25 \cdot 0.5 = 0.125$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Longrightarrow P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A \mid B)} = \frac{0.125}{0.25} = 0.5$$

$$\left.\begin{array}{l} P(A) \cdot P(B) = 0.25 \cdot 0.5 = 0.125 \\ P(A \cap B) = 0.125 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ son independientes} \end{array}\right.$$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.25 + 0.5 - 0.125 = 0.625$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 30

Se consideran los sucesos incompatibles A y B de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$. Calcúlese:

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$

b) $P(B \cap \overline{A})$

Nota: $\overline{S}$ denota al suceso complementario del suceso S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2015 - Opción A)

Solución.

Vamos a reunir los datos que nos dan en el enunciado:

$$P(A) = 0.4 \qquad \& \qquad P(B) = 0.3 \qquad \& \qquad A \text{ y } B \text{ incompatibles} \Rightarrow P(A \cap B) = 0$$

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left[P(A) + P(B) - \cancelto{0}{P(A \cap B)}\right]$

$$= 1 - (0.4 + 0.3) = 0.3$$

b) $P(B \cap \overline{A}) = P(B) - \cancelto{0}{P(A \cap B)} = 0.3$

Ejercicio 31

Sean A y B sucesos de un experimento aleatorio tales que

$$P(A \cap B) = 0.3 \qquad \& \qquad P(A \cap \overline{B}) = 0.2 \qquad \& \qquad P(B) = 0.7$$

Calcúlense:

a) $P(A \cup B)$

b) $P(B \mid \overline{A})$

Nota: $\overline{S}$ *denota al suceso complementario del suceso* S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2015 - Opción B)

Solución.

a) $P(A\cap \overline{B}) = P(A) - P(A\cap B) \implies P(A) = P(A\cap \overline{B}) + P(A\cap B) = 0.2 + 0.3 = 0.5$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.7 - 0.3 = 0.9$

b) $P(B \mid \overline{A}) = \dfrac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \dfrac{0.7 - 0.3}{1 - 0.5} = 0.8$

Ejercicio 32

Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral tales que

$$P(A) = 0.8 \quad \& \quad P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.8 \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.9$$

a) ¿Son independientes los sucesos A y B?

b) Calcúlese $P(B \mid \overline{A})$

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2015 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0.8 \implies P(A \cap B) = 0.2$

$\underbrace{P(A \cup B)}_{0.9} = \underbrace{P(A)}_{0.8} + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{0.2} \implies P(B) = 0.9 + 0.2 - 0.8 = 0.3$

$$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.2 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.8 \cdot 0.3 = 0.24 \end{array}\right\} \implies \left\{\begin{array}{c} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array}\right.$$

b) $P(B \mid \overline{A}) = \dfrac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \dfrac{P(B) - P(B \cap A)}{1 - P(A)} = \dfrac{0.3 - 0.2}{1 - 0.8} = 0.5$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 33

Se consideran los sucesos A, B y C de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0.09 \quad \& \quad P(B) = 0.07 \quad \& \quad P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.97$$

Además los sucesos A y C son incompatibles.

a) *Estúdiese si los sucesos A y B son independientes.*

b) *Calcúlese $P(A \cap B \mid C)$.*

Nota: $\overline{S}$ *denota al suceso complementario del suceso S.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2015 - Opción A)

Solución.

Reunimos los datos del enunciado:

$$P(A) = 0.09 \quad \& \quad P(B) = 0.07 \quad \& \quad P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.97 \quad \& \quad P(A \cap C) \underset{incomp.}{\overset{A \text{ y } C}{=}} 0$$

a) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - 0.97 = 0.03$

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.03 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.09 \cdot 0.07 = 0.0063 = \end{array} \right\} \Longrightarrow \begin{cases} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ \text{A y B no son independientes} \end{cases}$$

b) $P(A \cap B \mid C) = \dfrac{P(A \cap B \cap C)}{P(C)} \overset{\circledast}{=} \dfrac{0}{P(C)} = 0$

$\circledast$ Como $P(A \cap C) = 0 \implies P(A \cap B \cap C) = 0$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 34

Todos los estudiantes de una facultad de Madrid afirman haber comido en el último mes en alguna de las dos cafeterías de esa facultad, la grande y la pequeña. Un 60 % declara haber comido en la grande mientras que un 55 % declara haber comido en la pequeña. Calcúlese la probabilidad de que un estudiante de dicha facultad elegido al azar:

a) Haya comido en el último mes en la cafetería grande y en la pequeña.

b) Haya comido en el último mes en la cafetería pequeña si se sabe que nunca ha comido en la grande.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2015 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$G \equiv \text{“El estudiante ha comido en la cafetería grande en el último mes”}$$
$$P \equiv \text{“El estudiante ha comido en la cafetería pequeña en el último mes”}$$

$$P(G) = 0.6 \qquad \& \qquad P(P) = 0.55 \qquad \& \qquad P(G \cup P) = 1$$

a) $P(G \cap P) = P(G) + P(P) - P(G \cup P) = 0.6 + 0.55 - 1 = 0.15$

b) $P(P \mid \overline{G}) = \dfrac{P(P \cap \overline{G})}{P(\overline{G})} = \dfrac{P(P) - P(P \cap G)}{1 - P(G)} = \dfrac{0.55 - 0.15}{1 - 0.6} = 1$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 35

Las probabilidades de que cinco jugadores de baloncesto encesten un lanzamiento de tiro libre son, respectivamente, de 0.8; 0.9; 0.7; 0.9; 0.93. *Si cada jugador lanza un tiro libre siguiendo el orden anterior y considerando los resultados de los lanzamientos como sucesos independientes, calcúlese la probabilidad de que:*

a) Todos los jugadores encesten su tiro libre.

b) Al menos uno de los tres primeros jugadores enceste.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2016 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos: $E_i \equiv$ "El jugador i encesta"

a) La probabilidad de que todos los jugadores encesten, teniendo en cuenta que son sucesos independientes será:

$$P(E_1 \cap E_2 \cap \cdots \cap E_5) = P(E_1) \cdot P(E_2) \cdot \ldots \cdot P(E_5) = 0.8 \cdot 0.9 \cdot 0.7 \cdot 0.9 \cdot 0.93 = 0.4218$$

b) $$\begin{aligned} P(\text{"}Alguno\ enceste\text{"}) &= 1 - P(\text{"}Ninguno\ enceste\text{"}) = 1 - P\left(\overline{E_1} \cap \overline{E_2} \cap \overline{E_3}\right) \\ &= 1 - (0.2 \cdot 0.1 \cdot 0.3) = 0.994 \end{aligned}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 36

Una conocida orquesta sinfónica está compuesta por un 55 % de varones y un 45 % de mujeres. En la orquesta un 30 % de los instrumentos son de cuerda. Un 25 % de las mujeres de la orquesta interpreta un instrumento de cuerda. Calcúlese la probabilidad de que un intérprete de dicha orquesta elegido al azar:

a) Sea una mujer si se sabe que es intérprete de un instrumento de cuerda.

b) Sea intérprete de un instrumento de cuerda y sea varón.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2016 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$H \equiv \text{"El músico es varón"}$$
$$M \equiv \text{"El músico es mujer"}$$
$$C \equiv \text{"El instrumento interpretado es de cuerda"}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(H) = 0.55 \quad \& \quad P(M) = 0.45 \quad \& \quad P(C) = 0.3 \quad \& \quad P(C \mid M) = 0.25$$

a) $P(C \mid M) = \dfrac{P(C \cap M)}{P(M)} = \dfrac{P(C \cap M)}{0.45} = 0.25 \implies P(C \cap M) = 0.25 \cdot 0.45 = 0.1125$

$P(M \mid C) = \dfrac{P(M \cap C)}{P(C)} = \dfrac{0.1125}{0.3} = 0.375$

b) $P(C) = P(C \cap H) + P(C \cap M)$

$P(C \cap H) = P(C) - P(C \cap M) = 0.3 - 0.1125 = 0.1875$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 37

Sean A y B dos sucesos independientes de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0.5$ y $P\left(\overline{B}\right) = 0.8$. Calcúlese:

a) $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$.

b) $P\left(\overline{A} \mid \overline{B}\right)$.

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2016 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

a) $P(A \cap B) \overset{A \text{ y } B}{\underset{ind.}{=}} P(A) \cdot P(B) = P(A) \cdot \left[1 - P(\overline{B})\right] = 0.5 \cdot (1 - 0.8) = 0.1$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + (1 - 0.8) - 0.1 = 0.6$

b) $P\left(\overline{A} \mid \overline{B}\right) = \dfrac{P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)}{P(\overline{B})} = \dfrac{P\left(\overline{A \cup B}\right)}{P(\overline{B})} = \dfrac{1 - P(A \cup B)}{P(\overline{B})} = \dfrac{1 - 0.6}{1 - 0.8} = 0.5$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 38

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A)=\frac{3}{4} \qquad \& \qquad P(A\mid B)=\frac{3}{4} \qquad \& \qquad P(B\mid A)=\frac{1}{4}$$

a) Demuéstrese que A y B son sucesos independientes pero no incompatibles.

b) Calcúlese $P\left(\overline{A}\mid\overline{B}\right)$.

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción A)

Solución.

a) $$P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{3/16}{3/4}=\frac{1}{4} \implies P(A\cap B)=\frac{3}{16}$$

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{3/16}{P(B)}=\frac{3}{4} \implies P(B)=\frac{1}{4}$$

$$\left.\begin{array}{l} P(A\cap B)=\dfrac{3}{16} \\ P(A)\cdot P(B)=\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{16} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\| \begin{array}{l} P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)\Rightarrow A \text{ y } B \text{ son indep.} \\ P(A\cap B)\neq 0 \Rightarrow A \text{ y } B \text{ no son incompatibles.} \end{array}\right.$$

b) $$P\left(\overline{A}\mid\overline{B}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)}{P(\overline{B})}=\frac{P\left(\overline{A\cup B}\right)}{1-P(B)}=\frac{1-P(A\cup B)}{1-P(B)}$$

$$=\frac{1-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)]}{1-P(B)}=\frac{1-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}-\frac{3}{16}\right)}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{4}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 39

El 30 % de los individuos de una determinada población son jóvenes. Si una persona es joven, la probabilidad de que lea prensa al menos una vez por semana es 0.20. Si una persona lee prensa al menos una vez por semana, la probabilidad de que no sea joven es 0.9. Se escoge una persona al azar. Calcúlese la probabilidad de que esa persona:

a) No lea prensa al menos una vez por semana.

b) No lea prensa al menos una vez por semana o no sea joven.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2017 - Opción B)

Solución.
Sean los sucesos:

$$J \equiv \text{“Ser joven”}$$
$$S \equiv \text{“Leer prensa al menos una vez a la semana”}$$

HTTPS://APRENDECONMOMELON.COM

$$P(J) = 0.3 \quad \& \quad P(S \mid J) = 0.2 \quad \& \quad P(\overline{J} \mid S) = 0.9$$

a) Hallar $P(\overline{S})$

$$P(S \mid J) = 0.2 \implies \frac{P(S \cap J)}{P(J)} = \frac{P(S \cap J)}{0.3} = 0.2 \implies P(S \cap J) = 0.06$$

$$P(\overline{J} \mid S) = 0.9 \implies \frac{P(\overline{J} \cap S)}{P(S)} = \frac{P(S) - P(S \cap J)}{P(S)} = \frac{P(S) - 0.06}{P(S)} = 0.9$$

$$\implies 0.1P(S) = 0.06 \implies P(S) = 0.6 \implies P(\overline{S}) = 0.4$$

b) $P(\overline{S} \cup \overline{J}) = P(\overline{S \cap J}) = 1 - P(S \cap J) = 1 - 0.06 = 0.94$

Ejercicio 40

Una máquina tiene dos chips de control A y B. Se sabe que al encender la máquina la probabilidad de que falle el chip A es de 0.2, la probabilidad de que falle el B es de 0.3 y la probabilidad de que fallen los dos es de 0.015. Calcúlese la probabilidad de que al encender la máquina:

a) Haya fallado el chip A si se sabe que ha fallado el B.

b) No falle ninguno de los dos chips.

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2017 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“Falla el chip A”} \qquad\qquad B \equiv \text{“Falla el chip B”}$$

$$P(A) = 0.2 \quad \& \quad P(B) = 0.3 \quad \& \quad P(A \cap B) = 0.015$$

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.015}{0.3} = 0.05$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$
$= 1 - (0.2 + 0.3 - 0.015) = 0.515$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 41

La probabilidad de que cierto río esté contaminado por nitratos es 0.6, por sulfatos es 0.4, y por ambos es 0.2. Calcúlese la probabilidad de que dicho río:

a) No esté contaminado por nitratos, si se sabe que está contaminado por sulfatos.

b) No esté contaminado ni por nitratos ni por sulfatos.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2017 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos: $\begin{cases} N & \equiv \text{El río está contaminado por nitratos} \\ S & \equiv \text{El río está contaminado por sulfatos} \end{cases}$

$$P(N) = 0.6 \quad \& \quad P(S) = 0.4 \quad \& \quad P(N \cap S) = 0.2$$

a) $P(\overline{N} \mid S) = \dfrac{P(\overline{N} \cap S)}{P(S)} = \dfrac{P(S) - P(N \cap S)}{P(S)} = \dfrac{0.4 - 0.2}{0.4} = 0.5$

b) $P(\overline{N} \cap \overline{S}) = P(\overline{N \cup S}) = 1 - P(N \cup S) = 1 - [P(N) + P(S) - P(N \cap S)]$
$= 1 - (0.6 + 0.4 - 0.2) = 0.2$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 42

Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0.5$, $P(A \mid B) = 0.375$ y $P(B \cap A) = 0.3$. Calcúlese la probabilidad de que:

a) Ocurra B.

b) Ocurra B pero no A.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2017 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.3}{P(B)} = 0.375 \implies P(B) = \dfrac{0.3}{0.375} = 0.8$

b) $P(B \cap \overline{A}) = P(B) - P(A \cap B) = 0.8 - 0.3 = 0.5$

Ejercicio 43

Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0.4 \qquad P(B) = 0.5 \qquad P(A \mid B) = 0.7$$

. Calcúlese:

a) $P(A \cup B)$.

b) $P(\overline{A} \mid B)$.

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario del suceso* S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2018 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.7 \implies P(A \cap B) = 0.7 \cdot P(B) = 0.7 \cdot 0.5 = 0.35$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 0.4 + 0.5 - 0.35 = 0.55$

b) $P(\overline{A} \mid B) = \dfrac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.5 - 0.35}{0.5} = 0.3$

Ejercicio 44

Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0.3 \qquad P(B) = 0.8 \qquad P(A \cup B) = 0.9$$

Calcúlese:

a) $P(\overline{A} \mid B)$.

b) $P(A \mid \overline{B})$.

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario del suceso* S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2018 - Opción B)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.3 + 0.8 - 0.9 = 0.2$

$P(\overline{A} \mid B) = \dfrac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.8 - 0.2}{0.8} = 0.75$

b) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \dfrac{0.3 - 0.2}{1 - 0.8} = 0.5$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 45

Se toma un coche al azar de la Comunidad de Madrid. Se sabe que la probabilidad de que tenga motor diésel es 0.4*. La probabilidad de que tenga mas de* 8 *años es* 0.5*. Finalmente se sabe que la probabilidad de que tenga más de ocho años o motor diésel es* 0.55*. Calcúlese la probabilidad de que:*

a) Tenga motor diésel sabiendo que tiene más de ocho años.

b) No tenga motor diésel ni tenga más de ocho años.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2018 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$D \equiv \text{"El coche tiene motor diésel"}$$
$$O \equiv \text{"El coche tiene más de ocho años"}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Del enunciado sabemos las siguientes probabilidades:

$$P(D) = 0.4 \quad \& \quad P(O) = 0.5 \quad \& \quad P(D \cup O) = 0.55$$

a) $P(D \mid O) = \dfrac{P(D \cap O)}{P(O)} = \dfrac{P(D) + P(O) - P(D \cup O)}{P(O)} = \dfrac{0.4 + 0.5 - 0.55}{0.5} = 0.70$

b) $P(\overline{D} \cap \overline{O}) = P\left(\overline{D \cup O}\right) = 1 - P(D \cup O) = 1 - 0.55 = 0.45$

Ejercicio 46

Entre los músicos que ensayan en un determinado local de Madrid, un 30 % sabe tocar la batería, un 80 % sabe tocar la guitarra y un 20 % sabe tocar tanto la batería como la guitarra. Se elige uno de esos músicos al azar. Calcúlese la probabilidad de que:

a) No sepa tocar la batería si se conoce que sabe tocar la guitarra.

b) Conocido que no sabe tocar la guitarra, no sepa tocar la batería.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2018 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$B \equiv \text{"El músico sabe tocar la batería"}$$
$$G \equiv \text{"El músico sabe tocar la guitarra"}$$

Del enunciado sabemos las siguientes probabilidades:

$$P(B) = 0.3 \quad \& \quad P(G) = 0.8 \quad \& \quad P(B \cap G) = 0.2$$

a) $P(\overline{B} \mid G) = \dfrac{P(\overline{B} \cap G)}{P(G)} = \dfrac{P(G) - P(B \cap G)}{P(G)} = \dfrac{0.8 - 0.2}{0.8} = 0.75$

b) $P(\overline{B} \mid \overline{G}) = \dfrac{P\left(\overline{B} \cap \overline{G}\right)}{P\left(\overline{G}\right)} = \dfrac{P\left(\overline{B \cup G}\right)}{P(\overline{G})} = \dfrac{1 - P(B \cup G)}{1 - P(G)}$

$$= \frac{1 - [P(B) + P(G) - P(B \cap G)]}{1 - P(G)} = \frac{1 - (0.3 + 0.8 - 0.2)}{1 - 0.8} = 0.5$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 47

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que

$$P(A) = 0.4 \quad \& \quad P(B) = 0.6 \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.8$$

Calcúlese:

a) $P(A \cap B)$

b) $P\left(\overline{A \cup B} \mid A\right)$

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario del suceso* S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2018 - Opción B)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.4 + 0.6 - 0.8 = 0.2$

b) $P\left(\overline{A \cup B} \mid A\right) = \dfrac{P\left((\overline{A \cup B}) \cap A\right)}{P(A)} = \dfrac{P\left((\overline{A} \cap \overline{B}) \cap A\right)}{P(A)} = \dfrac{0}{0.4} = 0$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 48

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que

$$P(A) = 0.6, \quad P(B) = 0.8 \quad y \quad P(A \cap \overline{B}) = 0.1$$

a) *Calcúlese la probabilidad de que ocurra el suceso A si no ha ocurrido el suceso B y determínese si los sucesos A y $\overline{B}$ son independientes. $\overline{B}$ denota el complementario del suceso B.*

b) *Obténgase la probabilidad de que ocurra alguno de los dos sucesos.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2019 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{1 - P(B)} = \dfrac{0.1}{1 - 0.8} = 0.5$

$P(A) \cdot P(\overline{B}) = 0.6 \cdot (1 - 0.8) = 0.12$

Como $P(A \cap \overline{B}) \neq P(A) \cdot P(\overline{B}) \implies$ los sucesos A y $\overline{B}$ no son independientes

b) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) \implies P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \overline{B}) = 0.6 - 0.1 = 0.5$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.8 - 0.5 = 0.9$

Ejercicio 49

Sean A y B sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A \mid B) = \frac{1}{4} \quad \& \quad P(B \mid A) = \frac{1}{6} \quad \& \quad P(A) = \frac{2}{3}$$

Calcúlese:

a) $P\left(\overline{B} \cup \overline{A}\right)$.

b) $P\left(\overline{A} \cap B\right)$

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario del suceso* S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2019 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) Antes de empezar vamos a ver qué podemos obtener de las probabilidades condicionadas que nos dan

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{2/3} = \frac{1}{6} \implies P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$
$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/9}{P(B)} = \frac{1}{4} \implies P(B) = \frac{4}{9}$$

$$P\left(\overline{B} \cup \overline{A}\right) = P\left(\overline{B \cap A}\right) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

b) $P\left(\overline{A} \cap B\right) = P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{4}{9} - \dfrac{1}{9} = \dfrac{1}{3}$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 50

Los escolares de un cierto colegio de Madrid fueron encuestados acerca de su alimentación y de su ejercicio físico. Una proporción de 2/5 hacían ejercicio regularmente y 2/3 siempre desayunaban. Además, entre los que siempre desayunan, una proporción de 9/25 hacían ejercicio regularmente. Se elige al azar un escolar de ese colegio.

a) ¿Es independiente que siempre desayune y que haga ejercicio regularmente?

b) Calcúlese la probabilidad de que no siempre desayune y no haga ejercicio regularmente.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2019 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\text{E} \equiv \text{“El alumno hace ejercicio regularmente”}$$
$$\text{D} \equiv \text{“El alumno desayuna diariamente”}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

En el enunciado nos dicen que.

$$P(E) = \frac{2}{5} \qquad \& \qquad P(D) = \frac{2}{3} \qquad \& \qquad P(E \mid D) = \frac{9}{25}$$

a) $P(E \mid D) = \dfrac{P(E \cap D)}{P(D)} \implies P(E \cap D) = P(D) \cdot P(E \mid D) = \dfrac{9}{25} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{6}{25}$

$P(E) \cdot P(D) = \dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{4}{15}$

Como $P(E \cap D) \neq P(E) \cdot P(D) \implies$ los sucesos E y D no son independientes.

b) $P(\overline{E} \cap \overline{D}) = P(\overline{E \cup D}) = 1 - P(E \cup D) = 1 - [P(E) + P(D) - P(E \cap D)]$

$$= 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{3} - \frac{6}{25}\right) = 1 - \frac{62}{75} = \frac{13}{75}$$

Ejercicio 51

Sean A y B dos sucesos con:

$$P(A) = 0.3 \quad \& \quad P(B \mid A) = 0.4 \quad \& \quad P(B \mid \overline{A}) = 0.6$$

. Calcúlese:

a) $P(A \mid B)$

b) $P(\overline{A} \mid \overline{B})$

Nota: $\overline{S}$ *denota al suceso complementario de suceso S*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2019 - Opción B)

Solución.

a) $P(B \mid A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} \implies P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B \mid A) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12$

$$P(B \mid \overline{A}) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{P(B) - 0.12}{1 - 0.3} = 0.6$$

$\implies P(B) = 0.6 \cdot 0.7 + 0.12 = 0.54$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B \cap A)}{P(B)} = \frac{0.12}{0.54} = 0.222$$

b) $$P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{1 - P(B)} = \frac{1 - (0.3 + 0.54 - 0.12)}{1 - 0.54} = 0.609$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 52

Un estudio sobre la obsolescencia programada en una marca de electrodomésticos reveló que la Probabilidad de que un microondas se estropee durante el periodo de garantía es 0.02. Esta probabilidad se eleva a 0.05 para hornos eléctricos y se sabe que estos sucesos son independientes. Cuando el microondas se ha estropeado en el periodo de garantía, la marca amplía ésta por dos años más. El 40 % de los clientes con garantía ampliada no conserva la factura de compra durante los dos años de ampliación.

a) Un cliente compra un horno y un microondas de esta marca. Obtenga la probabilidad de que se estropee al menos uno de ellos durante el periodo de garantía.

b) Un cliente ha comprado un microondas. Calcule la probabilidad de que se le estropee durante el periodo de garantía y conserve la factura durante los dos años de ampliación.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos independientes

$$M \equiv \text{"El microondas se estropea durante el periodo de garantía"}$$
$$H \equiv \text{"El horno eléctrico se estropea durante el periodo de garantía"}$$
$$G \equiv \text{"El cliente conserva la factura de compra"}$$

HTTPS://APRENDECONMICONELEN.COM

Del enunciado tenemos:

$$P(M) = 0.02 \quad \& \quad P(H) = 0.05 \quad \& \quad \overbrace{P(M \cap H)}^{Independientes} = P(M) \cdot P(H) \quad \& \quad P(\overline{G} \mid M) = 0.4$$

a) $P(M \cup H) = P(M) + P(H) - P(M \cap H) = 0.02 + 0.05 - 0.02 \cdot 0.05 = 0.069$

b) $P(M \cap G) = P(M) \cdot P(G \mid M) = P(M) \cdot \left[1 - P(\overline{G} \mid M)\right] = 0.02 \cdot (1 - 0.4) = 0.012$

Ejercicio 53

En un kiosco de prensa del aeropuerto de Madrid el 40 % de las ventas son periódicos y el resto revistas. Un 90 % de las publicaciones están en castellano. Además se sabe que un 8 % del total de las publicaciones son revistas en otro idioma. Calcule la probabilidad de que una publicación elegida al azar:

a) Sea un periódico, dado que está publicado en otro idioma distinto del castellano.

b) Sea un periódico o esté publicado en otro idioma distinto del castellano.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$P \equiv$ "La venta es un periódico" $R \equiv$ "La venta es una revista"

$C \equiv$ "La edición es en castellano" $O \equiv$ "La edición es en otro idioma"

Escribimos los datos en una tabla de contingencia supuesto un total de 100 publicaciones.

	P	R	**Total**
C	38	52	90
O	2	8	10
Total	40	60	100

a) $P(P \mid O) = \dfrac{2}{10} = 0.2$

b) $P(P \cup O) = P(P) + P(O) - P(P \cap O) = \dfrac{40}{100} + \dfrac{10}{100} - \dfrac{2}{100} = 0.48$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 54

Sean A y B sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A \mid B) = \frac{1}{4} \quad \& \quad P(B) = \frac{1}{6} \quad \& \quad P(A) = \frac{2}{3}$$

Calcule:

a) $P(A \cup \overline{B})$.

b) $P\Big(\overline{A} \cap B\Big) \cup (\overline{B} \cap A)$.

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario del suceso S.*

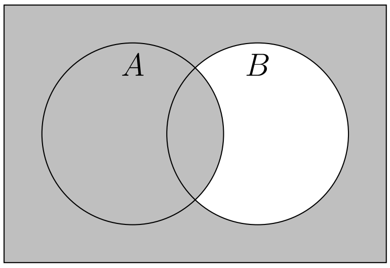
(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2020 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{4}$

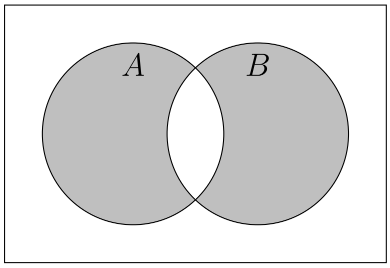
$$\Longrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup \overline{B}) &= 1 - P(\overline{A} \cap B) \\ &= 1 - \Big[P(B) - P(A \cap B)\Big] \\ &= 1 - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{24}\right) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \end{aligned}$$



b) $$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{24} = \frac{19}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P\Big(\overline{A} \cap B\Big) \cup (\overline{B} \cap A) &= P(A \cup B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{19}{24} - \frac{1}{24} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$



HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 55

Sean C y D dos sucesos de un experimento aleatorio tales que

$$P(C) = 0.4 \quad \& \quad P(D) = 0.6 \quad \& \quad P(C \cup D) = 0.8$$

Calcule:

a) $P(C \mid D)$.

b) $P\left(\overline{C \cap D} \mid C\right)$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2021 - Opción B)

Solución.

a) $P(C \cap D) = P(C) + P(D) - P(C \cup D) = 0.4 + 0.6 - 0.8 = 0.2$

$$P(C \mid D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{0.2}{0.6} = 0.33$$

b) $$P\left(\overline{C \cap D} \mid C\right) = \frac{P\left(\overline{C \cap D} \cap C\right)}{P(C)} = \frac{P\left(\left(\overline{C} \cup \overline{D}\right) \cap C\right)}{P(C)} = \frac{P\left(\cancelto{\varnothing}{\overline{C} \cap C} \cup \overline{D} \cap C\right)}{P(C)}$$

$$= \frac{P\left(\overline{D} \cap C\right)}{P(C)} = \frac{P(C) - P(C \cap D)}{P(C)} = \frac{0.4 - 0.2}{0.4} = 0.5$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 56

Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0.5 \qquad \& \qquad P(\overline{B} \mid A) = 0.4 \qquad \& \qquad P(A \cup B) = 0.9$$

a) Calcule $P(B \mid \overline{A})$.

b) Determine si son dependientes o independientes los sucesos A y B . Justifique la respuesta.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Opción B)

Solución.

a) $P(\overline{B} \mid A) = \dfrac{P(\overline{B} \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(\overline{B} \cap A)}{0.5} = 0.4 \implies P(\overline{B} \cap A) = 0.4 \cdot 0.5 = 0.2$

$$P(\overline{B} \cap A) = P(A) - P(A \cap B) = 0.5 - P(A \cap B) = 0.2 \implies P(A \cap B) = 0.3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\implies P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A) = 0.9 + 0.3 - 0.5 = 0.7$$

$$P(B \mid \overline{A}) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0.7 - 0.3}{1 - 0.5} = 0.8$$

b) $\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.3 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.5 \cdot 0.7 = 0.35 \end{array}\right\} \implies \left| \begin{array}{l} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array}\right.$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 57

Una urna contiene 9 bolas blancas y 3 negras. Se seleccionan al azar consecutivamente y sin reemplazamiento dos bolas. Calcule la probabilidad de que:

a) La segunda bola seleccionada sea negra.

b) Ambas bolas seleccionadas sean negras, dado que la segunda bola seleccionada es negra.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sea el suceso:

$$N_i \equiv \text{"Sacar una bola negra en la extracción } i\text{"}$$

a) $P(N_2) = P(N_1 \cap N_2) + P(\overline{N}_1 \cap N_2) = \dfrac{3}{12} \cdot \dfrac{2}{11} + \dfrac{9}{12} \cdot \dfrac{3}{11} = \dfrac{1}{4}$

b) $P(N_1 \cap N_2 \mid N_2) = \dfrac{P((N_1 \cap N_2) \cap N_2)}{P(N_2)} = \dfrac{P(N_1 \cap N_2)}{P(N_2)} = \dfrac{\frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11}}{\frac{1}{4}} = \dfrac{2}{11}$

Ejercicio 58

Sean A y B dos sucesos con:

$$P(A) = \frac{2}{5} \quad \& \quad P(B) = \frac{1}{2} \quad \& \quad P(A \mid \overline{B}) = \frac{4}{5}$$

a) Calcule $P(A \cap \overline{B})$.

b) ¿Son A y B incompatibles?

Nota: $\overline{S}$ denota al suceso complementario del suceso S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{1 - P(B)} = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{1 - \frac{1}{2}} = \dfrac{4}{5} \implies P(A \cap \overline{B}) = \dfrac{2}{5}$

b) $P(A \cap \overline{B}) = \underbrace{P(A)}_{2/5} - P(A \cap B) = \dfrac{2}{5} \implies P(A \cap B) = 0 \implies A$ y B son incompat.

Ejercicio 59

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que

$$P(A) = 0.5 \qquad \& \qquad P(\overline{B}) = 0.8 \qquad \& \qquad P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.9$$

a) Estudie si los sucesos A y B son independientes.

b) Calcule $P(\overline{A} \mid \overline{B})$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2021 - Opción A)

Solución.

a) $P(\overline{B}) = 0.8 \implies P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.8 = 0.2$

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0.9 \implies P(A \cap B) = 0.1$

$P(A) \cdot P(B) = 0.5 \cdot 0.2 = 0.1$

$P(A \cap B) = 0.1 = P(A) \cdot P(B) \implies A$ y B son sucesos independientes.

b) $P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap P(\overline{B}))}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(\overline{A \cup B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{1 - P(A \cup B)}{P(\overline{B})}$

$$= \frac{1 - \left[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\right]}{P(\overline{B})} = \frac{1 - (0.5 + 0.2 - 0.1)}{0.8} = \frac{0.4}{0.8} = 0.5$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 60

Entre los deportistas profesionales, el 50 % disfrutan de una beca de alto rendimiento y el 30 % está cursando estudios superiores. Se sabe también que el 10 % de los deportistas profesionales disfrutan de una beca de alto rendimiento y además están cursando estudios superiores. Seleccionado un deportista profesional al azar, calcule la probabilidad de que:

a) Disfrute de una beca de alto rendimiento o esté cursando estudios superiores.

b) No disfrute de una beca de alto rendimiento, sabiendo que no está cursando estudios superiores.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2022 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$B \equiv$ "Los depostistas tienen **beca** de alto rendimiento"
$E \equiv$ "Los deportistas cursan **estudios superiores**"

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Del enunciado tenemos:

$$P(B) = 0.5 \qquad \& \qquad P(E) = 0.3 \qquad \& \qquad P(B \cap E) = 0.1$$

a) $P(B \cup E) = P(B) + P(E) - P(B \cap E) = 0.5 + 0.3 - 0.1 = 0.7$

b) $P(\overline{B} \mid \overline{E}) = \dfrac{P(\overline{B} \cap \overline{E})}{P(\overline{E})} = \dfrac{P(\overline{B \cup E})}{1 - P(E)} = \dfrac{1 - P(B \cup E)}{1 - P(E)} = \dfrac{1 - 0.7}{1 - 0.3} \simeq 0.4286$

Ejercicio 61

Sean los sucesos A y B asociados a un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0.6 \qquad \& \qquad P(A \mid B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(A \mid B^c) = 0.8$$

, siendo B^c el suceso complementario de B.

a) Calcule $P(B)$.

b) ¿Son A y B independientes? Justifique su respuesta.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Opción A)

Solución.

Utilizaremos la notación $\overline{B}$ para el suceso complementario del suceso B.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.4 \implies P(A \cap B) = 0.4 \cdot P(B)$ ⊛

$$P(A \mid \overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0.6 - P(A \cap B)}{1 - P(B)}$$

$$\overset{⊛}{=} \frac{0.6 - 0.4 \cdot P(B)}{1 - P(B)} = 0.8 \implies 0.6 - 0.4 \cdot P(B) = 0.8 - 0.8 \cdot P(B)$$

$$\implies \begin{cases} 0.4 \cdot P(B) = 0.2 \implies \boxed{P(B) = 0.5} \\ P(A \cap B) = 0.4 \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.5 = 0.2 \end{cases}$$

b) $\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.2 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.6 \cdot 0.5 = 0.3 \end{array}\right\} \implies \begin{array}{c} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ \text{Los sucesos } A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array}$

———— ∘ ————

Ejercicio 62

Sean A y B sucesos independientes de un experimento aleatorio con $P(B) = 1/2$

a) Calcule $P(A)$ para el caso en que $P(A \cup B) = 3/4$.

b) Calcule $P(A)$ para el caso en que $P(A \cap B^c) = 1/4$.

Nota: B^c debota el suceso complementario de B.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

a) A y B independientes $\implies P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \dfrac{1}{2} \cdot P(A)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \implies \frac{3}{4} = P(A) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot P(A) \implies P(A) = \frac{1}{2}$$

b) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - \dfrac{1}{2} \cdot P(A) = \dfrac{1}{2} \cdot P(A) = \dfrac{1}{4} \implies P(A) = \dfrac{1}{2}$

———— ∘ ————

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 63

Supongamos que el espacio muestral de cierto experimento aleatorio es la unión de los sucesos A y B. Esto es, $E = A \cup B$. Además suponga que $P(A \cap B) = 0.2$ y $P(B) = 0.7$.

a) Calcule $P(A^c)$.

b) Calcule $P(A^c \cup B^c)$.

Nota: *A^c y B^c son , respectivamente, los sucesos complementarios de A y B.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Opción A)

Solución.

Nota: Utilizaremos la notación $\overline{A}$ para el suceso complementario del suceso A.

Del enunciado tenemos:

$$P(A \cup B) = 1 \qquad \& \qquad P(A \cap B) = 0.2 \qquad \& \qquad P(B) = 0.7$$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A}) + P(B) - P(A \cap B)$
$\implies 1 = 1 - P(\overline{A}) + 0.7 - 0.2 \implies P(\overline{A}) = 0.5$

b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.2 = 0.8$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 64

Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo experimento aleatorio. Suponga que:

$$P(A) = 0.7 \qquad \& \qquad P(B^c) = 0.7 \qquad \& \qquad P(A \cap B) = 0.2$$

a) ¿Son A y B independientes?. Justifique su respuesta

b) Calcule $P(A^c \cap B^c)$.

Nota: *A^c y B^c son, respectivamente, los sucesos complementarios de A y B.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Utilizaremos la notación $\overline{A}$ para el suceso complementario del suceso A.

a) $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.7 = 0.3$

- $P(A \cap B) = 0.2$
- $P(A) \cdot P(B) = 0.7 \cdot 0.3 = 0.21$

$$\Longrightarrow \begin{cases} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{cases}$$

b) $$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \Big[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\Big]$$
$$= 1 - (0.7 + 0.3 - 0.2) = 0.2$$

Ejercicio 65

Considere el lanzamiento de un dado equilibrado. Sea A el suceso el resultado es 1 o 2, B el suceso el resultado es 2 o 3 y C el resultado es par.

a) Verifique que $P(A \mid C) = P(B \mid C) = P(A \cap B \mid C)$.

b) Calcule $P(A \cup B \mid C)$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2023 - Opción A)

Solución.

Veamos cada uno de los sucesos:

$$A = \{1, 2\} \qquad B = \{2, 3\} \qquad C = \{2, 4, 6\}$$
$$A \cap B = \{2\} \qquad A \cup B = \{1, 2, 3\}$$

a) $P(A \mid C) = \dfrac{1}{3} \qquad \& \qquad P(B \mid C) = \dfrac{1}{3} \qquad \& \qquad P(A \cap B \mid C) = \dfrac{1}{3}$

b) $P(A \cup B \mid C) = \dfrac{1}{3}$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Comunidad Valenciana

Ejercicio 66

Si A y B son dos sucesos tales que $P(A) = 0.4$ & $P(B \mid A) = 0.25$ & $P(\overline{B}) = 0.75$, se pide:

a) ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Por qué?

b) Calcula $P(A \cup B)$.

c) Calcula $P(A \mid \overline{B})$.

d) Calcula $P(\overline{A} \cup \overline{B})$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

Nota: *$\overline{A}$ y $\overline{B}$ representan, respectivamente, el suceso complementario de A y B respectivamente.*

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Junio 2021)

Solución.

a) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} \implies P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A) = 0.4 \cdot 0.25 = 0.1$

$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.75 = 0.25$

$$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.1 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.25 = 0.1 \end{array}\right\} \implies \begin{array}{c} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ \text{Los sucesos } A \text{ y } B \text{ son independientes} \end{array}$$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.4 + 0.25 - 0.1 = 0.55$

c) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{P(\overline{B})} = \dfrac{0.4 - 0.1}{0.75} = 0.4$

d) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.1 = 0.9$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.55 = 0.45$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 67

En un sorteo, un jugador extrae dos bolas sin reemplazamiento de una urna que contiene 2 bolas blancas, 3 bolas amarillas y 5 bolas negras. El jugador consigue el primer premio si las dos bolas extraídas son blancas, consigue el segundo premio si las dos bolas extraídas son amarillas y consigue el tercer premio si una de las dos bolas extraídas es blanca y la otra no lo es. No hay más premios en el sorteo.

a) Calcula la probabilidad de que el jugador consiga el primer o el segundo premio.

b) Calcula la probabilidad de que el jugador consiga el tercer premio.

c) Si un jugador nos dice que ha obtenido premio en el sorteo, ¿cuál es la probabilidad de que haya obtenido el tercer premio?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Julio 2021)

Solución.

Sean los sucesos:

$B_i \equiv$ "Bola blanca en la extracción i" $A_i \equiv$ "Bola amarilla en la extracción i"
$N_i \equiv$ "Bola negra en la extracción i" $P \equiv$ "El jugador obtiene el 1º premio"
$S \equiv$ "El jugador obtiene el 2º premio" $T \equiv$ "El jugador obtiene el 3º premio"
$G \equiv$ "El jugador obtiene algún premio"

a) $$P(P \cup S) = P(P) + P(S) = P(B_1 \cap B_2) + P(A_1 \cap A_2) = P(B_1) \cdot P(B_2 \mid B_1) + P(A_1) \cdot P(A_2 \mid A_1) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{4}{45} = 0.8888$$

b) $$P(T) = P\Big((B_1 \cap \overline{B}_2) \cup (\overline{B}_1 \cap B_2)\Big) = P(B_1 \cap \overline{B}_2) + P(\overline{B}_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(\overline{B}_2 \mid B_1) + P(\overline{B}_1) \cdot P(B_2 \mid \overline{B}_1) = \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} + \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{16}{45} = 0.3555$$

c) $$P(T \mid G) = \frac{P(T \cap G)}{P(G)} = \frac{P(T)}{P(P \cup S \cup T)} = \frac{P(T)}{P(P \cup S) + P(T)} = \frac{16/45}{4/45 + 16/45} = 0.8$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 68

En un juego se lanzan dos monedas equilibradas y un dado de seis caras equilibrado. Un jugador gana si obtiene dos caras y un número par en el dado, o bien, si obtiene exactamente una cara y un número mayor o igual que cinco en el dado.

a) Calcula la probabilidad de que el jugador gane.

b) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas?

c) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera un cinco al lanzar el dado?

d) Llamemos A al suceso "el jugador no gana" y llamemos B al suceso "el jugador obtiene un seis al lanzar el dado". ¿Son independientes los sucesos A y B?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Junio 2022)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} G_1 &\equiv \text{“El jugador obtiene dos caras y un número par en el dado”} \\ G_2 &\equiv \text{“El jugador obtiene exactamente una cara y un número mayor o igual que cinco”} \\ G &\equiv \text{“El jugador gana”} \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que el espacio muestral del experimento "lanzar dos monedas equilibradas" es $\Omega = \{CC, CX, XC, XX\}$, tenemos:

a) $$P(G) = P(G_1 \cup G_2) = P(G_1) + P(G_2) = P(CC \cap Par) + P(Una\ cara \cap \geq 5)$$
$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{6} = \frac{7}{24} = 0.2916$$

b) $$P(G_1 \mid G) = \frac{P(G_1 \cap G)}{P(G)} = \frac{P(G_1)}{P(G)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6}}{\frac{7}{24}} = \frac{3}{7} = 0.4285$$

c) $$P(5 \mid G) = \frac{P\Big((CX \cap 5) \cup (XC \cap 5)\Big)}{P(G)} = \frac{P(CX \cap 5) + (XC \cap 5)}{P(G)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}}{\frac{7}{24}}$$
$$= \frac{2}{7} = 0.2857$$

d) $$P(A \cap B) = P(\text{“}No\ ganar\ sacando\ un\ 6'') = P(XX \cap 6) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

$$\left.\begin{aligned} P(A) &= 1 - P(G) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24} \\ P(B) &= P(6) = \frac{1}{6} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow P(A) \cdot P(B) = \frac{17}{24} \cdot \frac{1}{6} = \frac{17}{144}$$

$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \Longrightarrow$ los sucesos A y B no son independientes

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 69

Dados dos sucesos A y B, se sabe que

$$P(B) = 0.4 \quad \& \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.2 \quad \& \quad P(A \cap B) = 0.3$$

, siendo $\overline{A}$ y $\overline{B}$ los sucesos complementarios de A y B, respectivamente. Se pide:

a) Calcular la probabilidad del suceso $A \cup B$.

b) Calcular la probabilidad de que solamente se nerifique uno de los sucesos.

c) Calcular la probabilidad de B condicionado a A.

d) ¿Son independientes los sucesos A y B?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Julio 2022)

Solución.

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.2 \implies P(A \cup B) = 0.8$

b) $P\Big((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)\Big) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.8 - 0.3 = 0.5$

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \implies 0.8 = P(A) + 0.4 - 0.3 \implies P(A) = 0.7$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.3}{0.7} = 0.4285$$

d) $P(A \cap B) = 0.3 \quad \& \quad P(A) \cdot P(B) = 0.7 \cdot 0.4 = 0.28$

Como $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \implies$ los sucesos no son independientes

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

EVAU - Matemáticas II

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Comunidad de Madrid

Ejercicio 70

Dados dos sucesos, A y B, de un experimento aleatorio, con probabilidades:

$$P(A) = \frac{4}{9} \quad \& \quad P(B) = \frac{1}{2} \quad \& \quad P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

a) Comprobar si los sucesos A y B son independientes o no.

b) Calcular $P(\overline{A} \mid B)$, donde $\overline{A}$ denota el suceso complementario de A.

(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2017 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{4}{9} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{5}{18}$

$P(A) \cdot P(B) = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{18}$

Como $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \implies$ los sucesos A y B no son independientes

b) $P\left(\overline{A} \mid B\right) = \frac{P\left(\overline{A} \cap B\right)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{5}{18}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{9}$

Ejercicio 71

En una bolsa hay 10 caramelos de fresa, 15 de menta y 5 de limón. Se extraen sucesivamente de la bolsa dos caramelos. Se pide:

a) Determinar la probabilidad de que el segundo de ellos sea de fresa.

b) Determinar la probabilidad de que los dos sean de fresa.

c) Sabiendo que el segundo ha sido de fresa, calcular la probabilidad de que lo haya sido también el primero.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2018 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$F_i \equiv \text{"El caramelo extraido la vez } i \text{ es de fresa"}$$
$$M_i \equiv \text{"El caramelo extraido la vez } i \text{ es de menta"}$$
$$L_i \equiv \text{"El caramelo extraido la vez } i \text{ es de limón"}$$

a) $P(F_2) = P(F_1 \cap F_2) + P(M_1 \cap F_2) + P(L_1 \cap F_2) = \frac{10}{30} \cdot \frac{9}{29} + \frac{15}{30} \cdot \frac{10}{29} + \frac{5}{30} \cdot \frac{10}{29} = \frac{1}{3}$

b) $P(F_1 \cap F_2) = \frac{10}{30} \cdot \frac{9}{29} = \frac{3}{29}$

c) $P(F_1 \mid F_2) = \frac{P(F_1 \cap F_2)}{P(F_2)} = \frac{3/29}{1/3} = \frac{9}{29}$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 72

Sean A y B dos sucesos independientes de un experimento aleatorio, cuyas probabilidades son $P(A) = 0.6$ y $P(B) = 0.2$. Calcule las siguientes probabilidades:

a) $P(A \cup B)$

b) $P(\overline{A} \cup \overline{B})$

c) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$

d) $P(\overline{A} \cap B)$

e) $P(\overline{A} \mid B)$

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario de* S.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2018 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

$$P(A) = 0.6 \quad \& \quad P(B) = 0.2 \quad \& \quad P(A \cap B) \overset{\text{A, B indep.}}{=} P(A) \cdot P(B) = 0.6 \cdot 0.2 = 0.12$$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.2 - 0.12 = 0.68$

b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.12 = 0.88$

c) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.68 = 0.32$

d) $P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.2 - 0.12 = 0.08$

e) $P(\overline{A} \mid B) = \dfrac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.2 - 0.12}{0.2} = 0.4$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 73

Dados dos sucesos aleatorios A y B, con probabilidades respectivas $P(A) = 0.4$ y $P(B) = 0.5$, se denota por $\overline{A}$ y $\overline{B}$ a los sucesos complementarios de A y B. Se pide:

a) Suponiendo que A y B son independientes, calcular $P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})\Big)$.

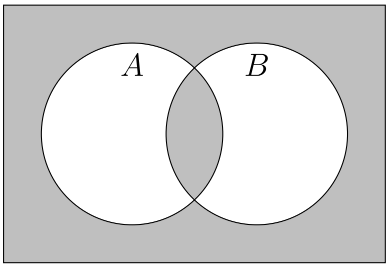
b) Suponiendo que A y B son incompatibles, hallar $P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})\Big)$.

c) Si $P(A \cup B) = 0.9$, ¿son A y B independientes?

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2019 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

a) Si A y B son independientes $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$



$$\begin{aligned}
&P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})\Big) \\
&= P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A \cup B})\Big) \\
&= P(A \cap B) + P(\overline{A \cup B}) - \cancelto{0}{P(A \cap B) \cap (\overline{A \cup B})} \\
&= P(A \cap B) + 1 - P(A \cup B) \\
&= P(A \cap B) + 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] \\
&= 1 + 2P(A \cap B) - P(A) - P(B) \\
&= 1 + 2P(A) \cdot P(B) - P(A) - P(B) \\
&= 1 + 2 \cdot 0.4 \cdot 0.5 - 0.4 - 0.5 = 0.5
\end{aligned}$$

b) Si A y B son incompatibles $P(A \cap B) = 0 \implies P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

$$\begin{aligned}
P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})\Big) &= P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A \cup B})\Big) \\
&= \cancelto{0}{P(A \cap B)} + P(\overline{A \cup B}) - \cancelto{0}{P(A \cap B) \cap (\overline{A \cup B})} \\
&= 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B)) \\
&= 1 - (0.4 + 0.5) = 0.1
\end{aligned}$$

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$\implies P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.4 + 0.5 - 0.9 = 0$
$P(A \cap B) = 0 \neq P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.5 = 0.2 \implies A$ y B no son sucesos independientes.

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 74

Dados dos sucesos A y B, se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A \cup B) = 0.55 \quad \& \quad P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.90 \quad \& \quad P(B \mid A) = 0.25$$

Se pide:

a) Calcular $P(A \cap B)$, $P(A)$, $P(B)$ y $P(B \mid \overline{A})$.

b) Deducir de manera razonada si los sucesos A y B son independientes

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2020 - Opción A)

Solución.

a) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0.90 \implies P(A \cap B) = 1 - 0.90 = 0.1$

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.1}{P(A)} = 0.25 \implies P(A) = \frac{0.1}{0.25} = 0.4$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.4 + P(B) - 0.1 = 0.55 \Rightarrow P(B) = 0.25$$

$$P(B \mid \overline{A}) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{\overline{A}} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0.25 - 0.1}{1 - 0.4} = 0.25$$

b) $$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.1 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.25 = 0.1 \end{array}\right\} \implies \text{Los sucesos son independientes}$$

HTTPS://APRENDECONMICOMELON.COM

Ejercicio 75

Un arquero aficionado dispone de 4 flechas y dispara a un globo colocado en el centro de una diana. La probabilidad de alcanzar el blanco en el primer tiro es del 30 %. En los lanzamientos sucesivos la puntería se va afinando de manera que en el segundo es del 40 %, en el tercero del 50 % y en el cuarto del 60 %. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que el globo haya explotado sin necesidad de hacer el cuarto disparo.

b) Calcular la probabilidad de que el globo siga intacto tras el cuarto disparo.

c) En una exhibición participan diez arqueros profesionales, que aciertan un 85 % de sus lanzamientos. Calcular la probabilidad de que entre los 10 hayan explotado exactamente 6 globos al primer disparo.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2020 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos: $D_i \equiv$ El arquero hace diana en el disparo i

a) $P(D_1) + P(\overline{D_1} \cap D_2) + P(\overline{D_1} \cap \overline{D_2} \cap D_3) = 0.3 + 0.7 \cdot 0.4 + 0.7 \cdot 0.6 \cdot 0.5 = 0.79$

b) $P(\overline{D_1} \cap \overline{D_2} \cap \overline{D_3} \cap \overline{D_4}) = 0.7 \cdot 0.6 \cdot 0.5 \cdot 0.4 = 0.084$

c) Sea X el número de arqueros que aciertan al globo $\longrightarrow X : \mathcal{B}(10, 0.85)$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} \implies P(X = 6) = \binom{10}{6} \cdot 0.85^6 \cdot 0.15^4 = 0.04$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 76

Se consideran dos sucesos A y B tales que:

$$P(A) = 0.5 \quad \& \quad P(B) = 0.25 \quad \& \quad P(A \cap B) = 0.125$$

Responder de manera razonada o calcular lo que se pide en los siguientes casos:

a) Sea C otro suceso, incompatible con A y con B. ¿Son compatibles los sucesos C y $A \cup B$?

b) ¿Son A y B independientes?

c) Calcular la probabilidad $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$ (donde $\overline{A}$ denota el suceso complementario al suceso A).

d) Calcular $P(\overline{B} \mid A)$.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2020 - Opción B)

Solución.

a) C es incompatible con A y con $B \implies P(A \cap C) = 0 \quad \& \quad P(B \cap C) = 0$
$P(C \cap (A \cup B)) = P((C \cap A) \cup (C \cap B)) = P(\varnothing) = 0 \implies$ incompatibles

b) $\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.125 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.5 \cdot 0.25 = 0.125 \end{array}\right\} \implies A$ y B son independientes

c) $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = P\left(\overline{A \cup B}\right) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$
$= 1 - (0.5 + 0.25 - 0.125) = 0.375$

d) $P(\overline{B} \mid A) = \dfrac{P(\overline{B} \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0.5 - 0.125}{0.5} = 0.75$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 77

De una bolsa con 20 fichas numeradas del 1 al 20 se extraen sucesivamente 2 fichas sin reemplazamiento. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que ambos números sean múltiplos de 3.

b) Calcular la probabilidad de que el primer número sea múltiplo de 6 y el segundo múltiplo de 3.

c) Calcualr la probabilidad de que ninguno de los dos números sea múltiplo de 2.

d) Calcular la probabilidad de que la segunda ficha sea un número impar, sabiendo que la primera también lo ha sido.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2020 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} 2_i &\equiv \text{"La extracción } i \text{ es múltiplo de 2"} \\ 3_i &\equiv \text{"La extracción } i \text{ es múltiplo de 3"} \\ 6_i &\equiv \text{"La extracción } i \text{ es múltiplo de 6"} \\ I_i &\equiv \text{"La extracción } i \text{ es impar"} \end{aligned}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

a) Entre el 1 y el 20 tenemos 6 números múltiplos de 3 $\longrightarrow \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$.

$P(3_1 \cap 3_2) = \dfrac{6}{20} \cdot \dfrac{5}{19} = \dfrac{3}{38}$

b) Entre el 1 y 20 hay 3 múltiplos de 6 $\longrightarrow \{6, 12, 18\}$. Hay que tener en cuenta que, como los múltiplos de 6 también lo son de 3, al extraer un múltiplo de 6 quedará un múltiplo de 3 menos.

$P(6_1 \cap 3_2) = \dfrac{3}{20} \cdot \dfrac{5}{19} = \dfrac{3}{76}$

c) Entre el 1 y el 20 tenemos 10 múltiplos de 2 $\longrightarrow \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

$P(\overline{2}_1 \cap \overline{2}_2) = \dfrac{10}{20} \cdot \dfrac{9}{19} = \dfrac{9}{38}$

d) $P(I_2 \mid I_1) = \dfrac{P(I_1 \cap I_2)}{P(I_1)} = \dfrac{10/20 \cdot 9/19}{10/20} = \dfrac{9}{19}$

Ejercicio 78

En un experimento aleatorio hay dos sucesos independientes X, Y. Sabemos que $P(X) = 0.4$ y que $P(X \cap \overline{Y}) = 0.08$ (donde $\overline{Y}$ es el suceso complementario de Y). Se pide:

a) Calcular $P(Y)$.

b) Calcular $P(X \cup Y)$.

c) Si X es un resultado no deseado, de manera que consideramos que el experimento es un éxito cuando NO sucede X, y repetimos el experimento en 8 ocasiones, hallar la probabilidad de haber tenido éxito al menos 2 veces.

(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2020 - Opción B)

Solución.

Teniendo en cuenta que los sucesos X e Y son independientes tenemos:

$$P(X \cap Y) = P(X) \cdot P(Y) \quad \& \quad P(X) = 0.4 \quad \& \quad P(X \cap \overline{Y}) = 0.08$$

a) $P(X \cap \overline{Y}) = P(X) - P(X \cap Y) = P(X) - P(X) \cdot P(Y) = 0.4 - 0.4 \cdot P(Y) = 0.08 \implies P(Y) = 0.8$

b) $P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y) = 0.4 + 0.8 - 0.4 \cdot 0.8 \implies P(X \cup Y) = 0.88$

c) El número de éxitos Z del experimento es una variable aleatoria binomial $Z : \mathcal{B}\Big(n, p = P(\overline{X})\Big) = \mathcal{B}(8, 0.6)$

$$\begin{aligned} P(Z \geq 2) &= 1 - P(Z < 2) = 1 - \Big[P(Z = 0) + P(Z = 1)\Big] \\ &= 1 - \left[\binom{8}{0} \cdot 0.6^0 \cdot 0.4^8 + \binom{8}{1} \cdot 0.6^1 \cdot 0.4^7\right] = 1 - 0.0085 = 0.9915 \end{aligned}$$

HTTPS://APRENDECONMICOMELON.COM

Ejercicio 79

Una estación de medición de calidad del aire mide niveles de NO_2 y de particulas en suspensión. La probabilidad de que en un día se mida un nivel de NO_2 superior al permitido es 0.16. En los días en los que se supera el nivel permitido de NO_2, la probabilidad de que se supere el nivel permitido de partículas es de 0.33. En los días en los que no se supera el nivel de NO_2, la probabilidad de que se supere el nivel de partículas es 0.08.

a) ¿Cuál es la probabilidadd de que en un día se superen los dos niveles permitidos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se supere al menos uno de los dos?

c) ¿Son independientes los sucesos ”en un día se supera el nivel permitido de NO_2” y ”en un día se supera el nivel permitido de partículas”?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que es un día se supere el nivel permitido de NO_2, sabiendo que no se ha superado el nivel permitido de partículas?

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2021 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$N \equiv \text{”en un día se supera el nievel perimitdo de } NO_2\text{”}$$
$$P \equiv \text{”en un día se supera el nivel permitido de partículas”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(N) = 0.16 \qquad \& \qquad P(P \mid N) = 0.33 \qquad \& \qquad P(P \mid \overline{N}) = 0.08$$

a) $P(P \mid N) = \dfrac{P(P \cap N)}{P(N)} = \dfrac{P(P \cap N)}{0.16} = 0.33 \implies P(P \cap N) = 0.0528$

b) $P(P \mid \overline{N}) = \dfrac{P(P \cap \overline{N})}{P(\overline{N})} = \dfrac{P(P) - P(P \cap N)}{1 - P(N)} = \dfrac{P(P) - 0.0528}{1 - 0.16} = 0.08$

$$\implies P(P) = 0.12$$

$$P(N \cup P) = P(N) + P(P) - P(N \cap P) = 0.16 + 0.12 - 0.0528 = 0.2272$$

c) $\left.\begin{array}{l} P(N \cap P) = 0.0528 \\ P(N) \cdot P(P) = 0.16 \cdot 0.12 = 0.0192 \end{array}\right\} \implies \left| \begin{array}{c} P(P \cap N) \neq P(P) \cdot P(N) \\ N \text{ y } P \text{ no son independientes} \end{array}\right.$

d) $P(N \mid \overline{P}) = \dfrac{P(N \cap \overline{P})}{P(\overline{P})} = \dfrac{P(N) - P(N \cap \overline{P})}{1 - P(P)} = \dfrac{0.16 - 0.0528}{1 - 0.12} = 0.1218$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 80

Dos características genéticas A y B aparecen en una especie animal con probabilidades respectivas de 0.2 y 0.3. Sabiendo que la aparición de una de ellas es independiente de la aparición de la otra, se pide calcular:

a) La probabilidad de que un individuo elegido al azar presente ambas características.

b) La probabilidad de que no presente ninguna de ellas.

c) La probabilidad de que presente solamente una de ellas.

d) La probabilidad de que, si elegimos al azar 10 individuos, exactamente 3 de ellos presenten la característica A.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2022 - Opción B)

Solución.

a) $P(A\cap B) \overset{A\ y\ B}{\underset{indep.}{=}} P(A)\cdot P(B) = 0.2\cdot 0.3 = 0.06$

b) $P(\overline{A}\cap\overline{B}) = P(\overline{A\cup B}) = 1 - P(A\cup B) = 1 - \Big[P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Big]$

$= 1-(0.2+0.3-0.06) = 0.56$

Otra opción: $P(\overline{A}\cap\overline{B}) \overset{A\ y\ B}{\underset{indep.}{=}} P(\overline{A})\cdot P(\overline{B}) = 0.8\cdot 0.7 = 0.56$

c) $P\Big((A\cap\overline{B})\cup(\overline{A}\cap B)\Big) = P(A\cup B) - P(A\cap B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)-P(A\cap B)$

$= P(A)+P(B)-2\cdot P(A\cap B) = 0.2+0.3-2\cdot 0.06 = 0.38$

Otra opción: $P\Big((A\cap\overline{B})\cup(\overline{A}\cap B)\Big) = P(A\cap\overline{B}) + P(\overline{A}\cap B)$

$\overset{A\ y\ B}{\underset{indep.}{=}} 0.2\cdot 0.7 + 0.8\cdot 0.3 = 0.38$

d) Sea X : nº individuos con caracteríatica A & $X : \mathcal{B}(10, 0.2)$

$P(X=3) = \binom{10}{3}\cdot 0.2^3\cdot 0.8^7 \simeq 0.2013$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 81

En una tienda se hace un estudio sobre la venta de dos productos A y B a lo largo de un mes. La probabilidad de que un cliente compre el producto A es de un $62\,\%$ y la de que compre el producto B es de un $40\,\%$. Se observa, además, que el $12\,\%$ de los clientes compran al mismo tiempo el producto A y el producto B. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que un cliente haya comprado el producto A sabiendo que no ha adquirido el producto B.

b) Calcular la probabilidad de que un cliente no compre ni el producto A ni el producto B.

c) Sabiendo que a lo largo de un mes visitan la tienda 3000 personas, calcular, utilizando la aproximación de la distribución binomial mediante la distribución normal, cuál es la probabilidad de que compren el producto B más de 1250 personas.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2022 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El cliente compra el producto } A\text{”}$$
$$B \equiv \text{“El cliente compra el producto } B\text{”}$$

Del enunciado tenemos que:

$$P(A) = 0.62 \qquad \& \qquad P(B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(A \cap B) = 0.12$$

a) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \dfrac{0.62 - 0.12}{1 - 0.4} = 0.8333$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \Big[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\Big]$
$= 1 - (0.62 + 0.4 - 0.12) = 0.1$

c) $X \equiv$ “Nº de personas que compran el producto B” $\longrightarrow X : \mathcal{B}(3000, 0.4)$

$$X : \mathcal{B}(3000, 0.4) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = 3000 > 10 \checkmark \\ np = 1200 > 5 \checkmark \\ nq = 1800 > 5 \checkmark \end{array} \right\} \Rightarrow Y : \mathcal{N}\Big(np, \sqrt{npq}\Big) = \mathcal{N}(1200, 26.83)$$

$$P(X > 1250) = P(Y \geq 1250.5) = P\left(Z \geq \frac{1250.5 - 1200}{26.83}\right) = P(Z \geq 1.88)$$
$$= 1 - P(Z \leq 1.88) = 1 - 0.9699 = 0.0301$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 82

El 60 % de los habitantes de una ciudad utiliza para trabajar un móvil, el 30 % utiliza un ordenador portátil y el 25 % no usa ninguno de los dos dispositivos.

a) Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar utilice ambos dispositivos para trabajar.

b) En esa ciudad, ¿es independiente el uso del móvil y del ordenador portátil para trabajar?

c) Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar utilice exclusivamente el ordenador portátil para trabajar.

d) Si elegimos al azar 10 individuos, calcule la probabilidad de que exactamente 8 de ellos utilicen para trajar un móvil.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2022 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$M \equiv \text{“El individuo trabaja con el móvil”}$$
$$O \equiv \text{“El individuo trabaja con el ordenador”}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Del enunciado tenemos:

$$P(M) = 0.6 \qquad \& \qquad P(O) = 0.3 \qquad \& \qquad P(\overline{M} \cap \overline{O}) = 0.25$$

a) $P(\overline{M} \cap \overline{O}) = P(\overline{M \cup O}) = 1 - P(M \cup O) = 0.25 \implies P(M \cup O) = 0.75$

$P(M \cap O) = P(M) + P(O) - P(M \cup O) = 0.6 + 0.3 - 0.75 = 0.15$

b)
- $P(M \cap O) = 0.15$
- $P(M) \cdot P(O) = 0.6 \cdot 0.3 = 0.18$

$$\implies \left\{ \begin{array}{l} P(M \cap O) \neq P(M) \cdot P(O) \\ M \text{ y } O \text{ no son independientes} \end{array} \right.$$

c) $P(\overline{M} \cap O) = P(O) - P(M \cap O) = 0.3 - 0.15 = 0.15$

d) $X \equiv$ “Nº de personas que trabajan con el móvil” $\implies X : \mathcal{B}(10, 0.6)$

$$P(X = 8) = \binom{10}{8} \cdot 0.6^8 \cdot 0.4^2 = 0.1209$$

Ejercicio 83

Sabiendo que

$$P(A \mid B) = \frac{1}{3} \quad \& \quad P(B \mid A) = \frac{1}{14} \quad \& \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{7}{15}$$

se pide:

a) *Probar razonadamente que* $P(A \cap B) = \dfrac{1}{30}$.

b) *Calcular* $P(A)$ *y* $P(B)$.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2022 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{3} \implies P(B) = 3P(A \cap B)$

$P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{1}{14} \implies P(A) = 14P(A \cap B)$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \dfrac{7}{15} \implies P(A \cup B) = \dfrac{8}{15}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \dfrac{8}{15} = 14P(A \cap B) + 3P(A \cap B) - P(A \cap B)$

$\implies \dfrac{8}{15} = 16P(A \cap B) \implies P(A \cap B) = \dfrac{1}{30}$ q.e.d.

b) $P(A) = 14P(A \cap B) = 14 \cdot \dfrac{1}{30} = \dfrac{7}{15}$

$P(B) = 3P(A \cap B) = 3 \cdot \dfrac{1}{30} = \dfrac{1}{10}$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM