MATEMATICAS II
EXAMENES RESUELTOS

EVAU MODELO 2021

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Modelo 2021
Opción A

Ejercicio 1 (2.5 *puntos*)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & x \\ 1 & 0 & x-1 \\ x+1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ *y* $B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$

a) (0.5 puntos) Determinar los valores de $x \in \mathbb{R}$ *para los cuales* A *tiene inversa.*

b) (1 punto) Para $x = -1$*, calcular la inversa de* A*.*

c) (1 punto) Para $x = 1$*, hallar* $\left(AB^\top\right)^3$ *y* $\left(AB^\top\right)^{2020}$ *(donde* $B^\top$ *denota la matriz traspuesta de la matriz* B*).*

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2021 - Opción A)

Solución.

a) Hallamos $|A|$ de la matriz A desarrollamndo el determinante por la segunda columna.

$$|A| = -\Big[3 - (x-1)\cdot(x+1)\Big] = x^2 - 4 \neq 0 \implies \exists\, A^{-1},\ \forall x \neq \{-2, 2\}$$

b) Para $x = -1$ la matriz es $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $|A| = (-1)^2 - 4 = -3$

$$\mathrm{Adj}\,(A) = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \implies A^{-1} = \frac{1}{|A|}\cdot \mathrm{Adj}\, A^\top = \frac{1}{-3}\cdot \begin{pmatrix} 0 & -3 & -2 \\ -3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2/3 \\ 1 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$$

c) Para $x = 1$ la matriz es $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y calculamos las potencias:

$$AB^\top = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}\cdot\frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\left(AB^\top\right)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\left(AB^\top\right)^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = -I$$

$$\left(AB^{\top}\right)^{2020} = \left(AB^{\top}\right)^{3\cdot 673+1} = \left(\left(AB^{\top}\right)^{3}\right)^{673} \cdot \left(AB^{\top}\right) = (-I)^{673} \cdot \left(AB^{\top}\right)$$
$$= -I \cdot \left(AB^{\top}\right) = -\left(AB^{\top}\right) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2 (2.5 *puntos*)

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x+1} & \text{, si } x \leq 1,\ x \neq -1 \\ \dfrac{\ln x}{x-1} & \text{, si } x > 1 \end{cases}$$

a) (0.5 puntos) Estudie la continuidad de f en $x = 1$.

b) (1 punto) Halle las asíntotas de f, si existen.

c) (1 punto) Determine el valor de $x_0 < 1$ que verifica que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(x_0, f(x_0))$ tiene pendiente $\dfrac{-1}{2}$. Escriba la ecuación de dicha recta tangente.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2021 - Opción A)

Solución.

a)
- $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2}{x+1} = 1$
- $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln x}{x-1} = \left[\dfrac{0}{0}\right] \overset{\text{L'Hôp}}{=} \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1/x}{1} = 1$
- $f(1) = \dfrac{2}{1+1} = 1$

Como $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$ la función es continua en $x = 1$.

b)
- `A. Vertical` Solo puede haber asíntota vertical en $x = -1$ pues la función es continua en $\mathbb{R} - \{-1\}$
  - $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2}{x+1} = \left[\dfrac{2}{0}\right] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = \left[\dfrac{2}{0^-}\right] = -\infty \\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = \left[\dfrac{2}{0^+}\right] = +\infty \end{cases}$
- `A. Horizontal`

$$y = \lim_{x\to -\infty} \frac{2}{x+1} = 0 \Rightarrow \text{A.H. en } y = 0$$
$$y = \lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x-1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \overset{\text{L'Hôp}}{=} \lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x-1} \frac{1/x}{1} = 0 \Rightarrow \text{A.H. en } y = 0$$

- `A. Oblicua` $\nexists$ A.O.

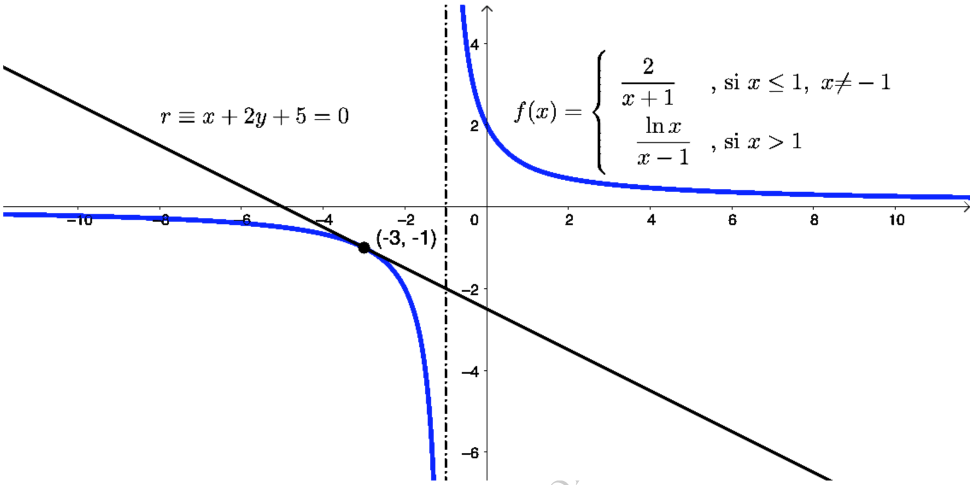
c) Buscaremos el punto de tangencia en $f_1(x) = \dfrac{2}{x+1}$

$$f'(x) = -\frac{2}{(x+1)^2}$$

$$m_r = f'(x_0) = -\frac{2}{(x_0+1)^2} = -\frac{1}{2} \implies 4 = (x_0+1)^2$$

$$\implies x_0^2 + 2x_0 - 3 = 0 \implies \begin{cases} x_0 = -3 < 0 \checkmark \implies y_0 = f(-3) = -1 \\ \cancel{x_0 = 1} > 0 \end{cases}$$

$$r \equiv y - y_0 = m_r \cdot (x - x_0) \implies y + 1 = -\frac{1}{2} \cdot (x+3) \implies \boxed{r \equiv x + 2y + 5 = 0}$$



Ejercicio 3 (2.5 *puntos*)

Se consideran los puntos $A(3,1,2)$, $B(0,3,4)$ y $P(-1,1,0)$. Se pide:

a) *(0.75 puntos) Determinar las coordenadas de un punto Q sabiendo que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{PQ}$ son linealmente dependientes, tienen sentidos opuestos y tienen el mismo módulo.*

b) *(1 punto) Determinar las coordenadas del punto de intersección de la recta r que contiene a A y P, y de la recta s que contiene a B y al punto $C(2,-1,-2)$.*

c) *(0.75 puntos) Calcular el coseno del ángulo formado por $\overrightarrow{PA}$ y $\overrightarrow{PB}$.*

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2021 - Opción A)

Solución.

a) Sea el punto $Q(a,b,c)$ y el vector $\overrightarrow{AB}=(-3,2,2)$.

- $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{PQ}$ son l.d. $\Longrightarrow$ $\overrightarrow{PQ}=\lambda\cdot\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{PQ}$ tienen sentidos opuestos $\Longrightarrow$ $\lambda<0$
- $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{PQ}\right| \Longrightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\lambda\cdot\overrightarrow{AB}\right|=|\lambda|\cdot\left|\overrightarrow{AB}\right| \Longrightarrow \lambda=\pm1$

Luego $\lambda=-1 \Longrightarrow \overrightarrow{PQ}=-\overrightarrow{AB}=(3,-2,-2)$ y por tanto:

$$\overrightarrow{PQ}=Q-P \Longrightarrow Q=\overrightarrow{PQ}+P=(3,-2,-2)+(-1,1,0) \Longrightarrow \boxed{Q=(2,-1,-2)}$$

b)
$$r\equiv\begin{cases}A(3,1,2)\\ P(-1,1,0)\\ \vec{d}_r=\overrightarrow{PA}=(4,0,2)\approx(2,0,1)\end{cases}\equiv\begin{cases}x&=-1+2\lambda\\ y&=1\\ z&=\lambda\end{cases}$$

$$s\equiv\begin{cases}B(0,3,4)\\ C(2,-1,-2)\\ \vec{d}_s=\overrightarrow{CB}=(-2,4,6)\approx(-1,2,3)\end{cases}\equiv\begin{cases}x&=-\mu\\ y&=3+2\mu\\ z&=4+3\mu\end{cases}$$

$$O=r\cap s \Longrightarrow \begin{cases}-1+2\lambda=-\mu & \Longrightarrow -1+2\cdot1=-(-1)\checkmark\\ 1=3+2\mu & \Longrightarrow \mu=-1\\ \lambda=4+3\mu & \Longrightarrow \lambda=4+3\cdot(-1) \Longrightarrow 1\end{cases} \Longrightarrow \boxed{O=(1,1,1)}$$

c) $\overrightarrow{PA}=(4,0,2)$ & $\overrightarrow{PB}=(1,2,4)$

$$\cos\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}\right|}{\left|\overrightarrow{PA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PA}\right|}=\frac{|4\cdot1+0+2\cdot4|}{\sqrt{20}\cdot\sqrt{21}}=\frac{6}{\sqrt{105}}\simeq0.5855$$

Ejercicio 4 (2.5 *puntos*)

En un instituto, uno de cada cuatro alumnos practica baloncesto. Se eligen 6 alumnos al azar y se considera la variable aleatoria X que representa el número de estudiantes entre estos 6 que practican baloncesto. Se pide:

a) (1 punto) Identifica la distribución de la variable aleatoria X y calcula $P(X = 0)$

b) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que al menos 5 de los 6 elegidos practiquen baloncesto.

c) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que al menos 1 de los 6 practique baloncesto.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2021 - Opción A)

Solución.

a) $X : \mathcal{B}(n, p) = \mathcal{B}\left(6, \frac{1}{4} = 0.25\right)$

$$P(X = 0) = \binom{6}{0} \cdot 0.25^0 \cdot 0.75^6 \simeq 0.178$$

b) $P(X \geq 5) = P(X = 5) + P(X = 6) = \binom{6}{5} \cdot 0.25^5 \cdot 0.75 + \binom{6}{6} \cdot 0.25^6 \cdot 0.75^0 \simeq 0.0046$

c) $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0.178 \simeq 0.822$

Modelo 2021
Opción B

Ejercicio 1 (2.5 *puntos*)

Dados la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ a & -3 & a \\ a-1 & -3 & a \end{pmatrix}$ *y el vector* $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, *determine el valor o valores de* a *para los que:*

a) (1.5 puntos) El sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B$ *no tenga solución*

b) (1 punto) $A = A^{-1}$.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2021 - Opción B)

Solución.

a) Escribimos el sistema en forma matricial:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & 0 \\ a & -3 & a & 1 \\ a-1 & -3 & a & 2 \end{array}\right)$$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A.

$$|A| = \cancel{a^2} - a + \cancel{3a} - \cancel{3a} + 3 - \cancel{a^2} = 3 - a = 0 \implies a = 3$$

- Si $a \neq 3 \quad |A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = \text{n}^{\text{o}} \text{ incóg.} \xrightarrow{Rouche}$ Sistema Compatible Determinado (Solución única).

- Si $a = 3 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & -3 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 3 & 2 \end{array}\right)$

  $|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3$ y como $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$

  $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \end{vmatrix} = -4 \neq 0 \implies \text{ran}(A^*) = 3$

  $\text{ran}(A) = 2 \neq \text{ran}(A^*) = 3 \xrightarrow{Rouche}$ Sistema Incompatible

Luego el valor de a para el cual el sistema no tiene solución es $a = 3$.

b) $A = A^{-1} \implies A^2 = A \cdot A^{-1} = I$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ a & -3 & a \\ a-1 & -3 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ a & -3 & a \\ a-1 & -3 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a^2-4a & 9-2a & a^2-4a \\ a^2-4a & 2a+8 & a^2-4a+1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = I \implies \begin{cases} a^2 - 4a = 0 & \Rightarrow a = \{0, 4\} \\ 9 - 2a = 1 & \Rightarrow a = 4 \\ 2a + 8 = 0 & \Rightarrow a = 4 \\ a^2 - 4a + 1 = 1 & \Rightarrow a = \{0, 4\} \end{cases}$$

Por lo que el valor del parámetro a que hace que $A = A^{-1}$ es $a = 4$.

—————— ∘ ——————

Ejercicio 2 (2.5 *puntos*)

Dada la función $f(x) = x^6 - 4x^4$, se pide:

a) *(0.5 puntos) Estudiar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.*

b) *(1 punto) Encontrar sus máximos y mínimos relativos, y determinar si son o no absolutos.*

c) *(1 punto) Hallar el área de la región acotada limitada por el eje $y = 0$ y la gráfica de f.*

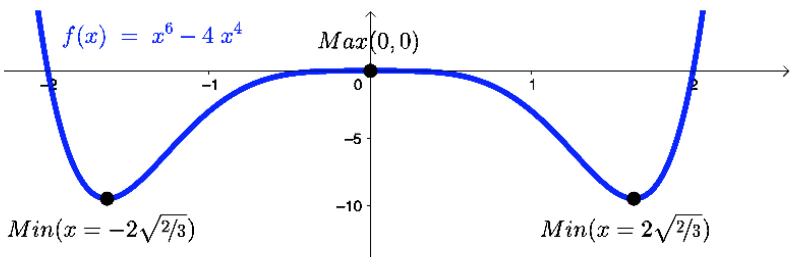
(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2021 - Opción B)

Solución.

a) Hallamos los puntos singulares de la función:

$$f'(x) = 6x^5 - 16x^3 = x^3 \cdot (6x^2 - 16) = 0 \implies \begin{cases} x^3 = 0 & \Rightarrow x = 0 \\ 6x^2 - 16 = 0 & \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2/3} \end{cases}$$

	$\left(-\infty, -2\sqrt{2/3}\right)$	$\left(-2\sqrt{2/3}, 0\right)$	$\left(0, 2\sqrt{2/3}\right)$	$\left(2\sqrt{2/3}, +\infty\right)$
Signo $f'(x)$	-	+	-	+
$f(x)$	Decreciente ↘	Creciente ↗	Decreciente ↘	Creciente ↗



La función $f(x)$ es *creciente* en $\left(-2\sqrt{2/3}, 0\right) \cup \left(2\sqrt{2/3}, +\infty\right)$ y *decreciente* en $\left(-\infty, -2\sqrt{2/3}\right) \cup \left(0, 2\sqrt{2/3}\right)$.

b) La función $f(x)$ tiene *mínimos relativos* en $x = -2\sqrt{2/3}$ y $x = 2\sqrt{2/3}$ y un *máximo relativo* en $x = 0$.

Además $f(x)$ es una función continua y derivable en $\mathbb{R}$ y como $\lim\limits_{x \to \pm\infty} = +\infty$ el máximo no es absoluto.
Teniendo en cuenta que $f(x) = f(-x)$, la función es par (luego simétrica respecto del eje OY), por lo que los mínimos son a su vez mínimos absolutos.

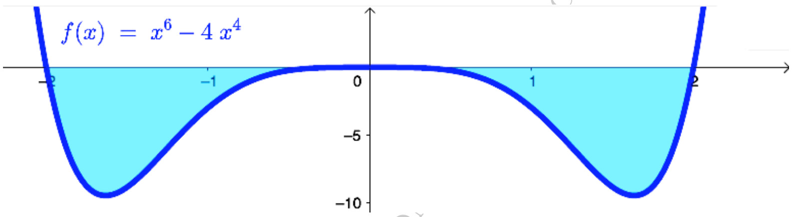
c) Hallamos los puntos de corte de la función con el eje OX.

$$f(x) = x^6 - 4x^4 = x^4 \cdot (x^2 - 4) = 0 \implies x = \{-2, 0, 2\}$$

Como la función es par utilizaremos un único recinto de integración $A_1 = (0, 2)$

$$A_1 = \int_0^2 f(x), dx = \int_0^2 \left(x^6 - 4x^4\right), dx = \frac{x^7}{7} - \frac{4x^5}{5}\Bigg]_0^2 = \left(\frac{128}{7} - \frac{4 \cdot 32}{5}\right) - (0) = -\frac{256}{35}$$

$$Area = 2|A_1| = 2 \cdot \frac{256}{35} = \frac{512}{35} \simeq 14.62\ u^2$$



Ejercicio 3 (2.5 *puntos*)

Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x+2z &= 1 \\ y+z &= 2 \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} x &= -3+2\lambda \\ y &= 2-\lambda \\ z &= 1+\lambda \end{cases}$ *, se pide:*

a) *(0.5 puntos) Hallar la distancia del origen a la recta s.*

b) *(0.5 puntos) Determinar la posición relativa de r y s.*

c) *(0.75 puntos) Escribir la ecuación del plano que contiene a la recta r y al vector perpendicular a r y a s.*

d) *(0.75 puntos) Escribir la ecuación de una recta perpendicular común a r y a s.*

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2021 - Opción B)

Solución.

a) Sean las rectas: $r \equiv \begin{cases} R(1,2,0) \\ \vec{d_r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-2,-1,1) \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} S(-3,2,1) \\ \vec{d_s} = (2,-1,1) \end{cases}$

$$d(O,s) = \frac{\left|\overrightarrow{OS} \times \vec{d_s}\right|}{\left|\vec{d_s}\right|} = \frac{\left\| \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} \right\|}{\sqrt{4+1+1}} = \frac{\sqrt{9+25+1}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{210}}{6}\ u$$

b) $\overrightarrow{RS} = (-4,-5,1)$

$$\left[\overrightarrow{RS}, \vec{d_r}, \vec{d_s}\right] = \begin{vmatrix} -4 & -5 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -16 \neq 0 \text{ y como } \vec{d_r} \nparallel \vec{d_s} \implies r \text{ y } s \text{ se cruzan}$$

c) $$\left.\begin{array}{l} r \in \pi \Rightarrow \begin{cases} R(1,2,0) \\ \vec{u_\pi} = \vec{d_r} = (-2,-1,1) \end{cases} \\ \vec{v_\pi} = \vec{d_r} \times \vec{d_r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} \approx (0,1,1) \end{array}\right\} \implies \begin{cases} \pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z \\ -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \\ -2\cdot(x-1) + 2\cdot(y-2) - 2z = 0 \\ -2x + 2y - 2z - 2 = 0 \\ \boxed{\pi \equiv x - y + z + 1 = 0} \end{cases}$$

d) La recta t, perpendicular común a r y s será la intersección del plano π y del plano π_2, que contiene a s y es perpendicular a r y s.

$$\pi_2 \equiv \begin{cases} S(-3,2,1) \\ u_{\pi_2} = \vec{d_s} = (2,-1,1) \\ v_{\pi_2} = \vec{d_r} \times \vec{d_s} = (0,1,1) \end{cases} \implies \begin{cases} \pi \equiv \begin{vmatrix} x+3 & y-2 & z-1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \\ -2\cdot(x+3) - 2\cdot(y-2) + 2\cdot(z-1) = 0 \\ -2x - 2y + 2z - 4 = 0 \\ \pi_2 \equiv x + y - z + 2 = 0 \end{cases}$$

y la recta t pedida será por tanto: $t \equiv \begin{cases} x - y + z + 1 &= 0 \\ x + y - z + 2 &= 0 \end{cases}$

Ejercicio 4 (2.5 *puntos*)

Una prueba diagnóstica para una enfermedad da resultado negativo el 5 % de las veces que se aplica a un individuo que la padece y da resultado positivo el 10 % de las veces que se aplica a un individuo que no la padece.
Las estadísticas muestran que dicha enfermedad afecta a 50 de cada diez mil personas. Si una persona elegida al azar se somete a la prueba diagnóstica, calcule la probabilidad de:

a) (0.5 puntos) Que la prueba dé resultado positivo.

b) (0.75 puntos) Que la persona padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba ha sido positivo.

c) (0.75 puntos) Que la persona no padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba ha sido negativo.

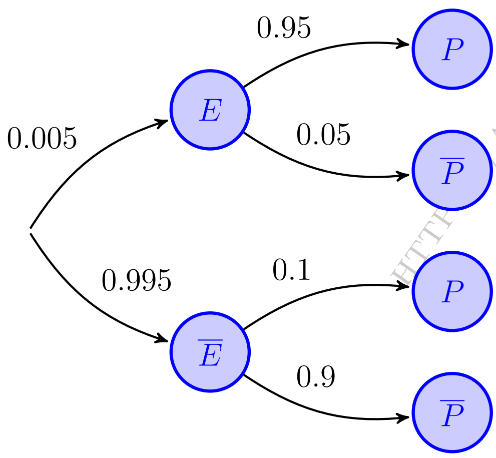
d) (0.5 puntos) Que el resultado de la prueba diagnóstica sea erróneo.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2021 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$E \equiv \text{"La persona tiene la enfermedad"}$$
$$P \equiv \text{"La prueba diagnóstica da positivo"}$$



a) $$\begin{aligned} P(P) &= P\big((E\cap P)\cup(\overline{E}\cap P)\big) \\ &= P(E\cap P) + P(\overline{E}\cap P) \\ &= P(E)\cdot P(P\mid E) + P(\overline{E})\cdot P(P\mid \overline{E}) \\ &= 0.005\cdot 0.95 + 0.995\cdot 0.1 = 0.1042 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(E\mid P) &= \frac{P(E\cap P)}{P(P)} = \frac{P(E)\cdot P(P\mid E)}{P(P)} \\ &= \frac{0.005\cdot 0.95}{0.1042} = 0.04556 \end{aligned}$$

c) $$P(\overline{E}\mid\overline{P}) = \frac{P(\overline{E}\cap\overline{P})}{P(\overline{P})} = \frac{P(\overline{E})\cdot P(\overline{P}\mid\overline{E})}{1-P(P)} = \frac{0.995\cdot 0.9}{1-0.1042} = 0.9997$$

d) $$\begin{aligned} P\big((E\cap\overline{P})\cup(\overline{E}\cap P(P)\big) &= P(E\cap\overline{P}) + P(\overline{E}\cap P(P) \\ &= P(E)\cdot P(\overline{P}\mid E) + P(\overline{E})\cdot P(P\mid\overline{E}) \\ &= 0.005\cdot 0.05 + 0.995\cdot 0.1 = 0.0998 \end{aligned}$$