



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS  
OFICIALES DE GRADO  
Curso 2015-2016  
MATERIA: MATEMÁTICAS II



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

**Calificación:** Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.

**Tiempo:** 90 minutos.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dadas las rectas  $r_1 \equiv \begin{cases} x = z - 1 \\ y = 2 - 3z \end{cases}$  y  $r_2 \equiv \begin{cases} x = 4 + 5z \\ y = 4z - 3 \end{cases}$ , se pide:

- (1.5 puntos) Estudiar su posición relativa y hallar la distancia entre ellas.
- (1.5 puntos) Hallar la recta que pasa por el origen de coordenadas y corta a  $r_1$  y a  $r_2$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ , se pide:

- (1 punto) Determinar los valores del parámetro  $a$ , para que se verifique la igualdad  $A^2 = I$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 3.
- (1.5 puntos) Para  $a = 2$ , resolver la ecuación matricial  $AXA^{-1} = B$ .
- (0.5 puntos) Calcular el determinante de la matriz  $(2B)^{-1}$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.**

Los estudiantes de un centro docente han organizado una rifa benéfica, con la que pretenden recaudar fondos para una ONG. Han decidido sortear un ordenador portátil, que les cuesta 600 euros. Quieren fijar el precio de la papeleta, de modo que la recaudación sea máxima. Saben que si el precio de cada una es 2 euros, venderían 5000 papeletas, pero que, por cada euro de incremento en dicho precio, venderán 500 papeletas menos. ¿A qué precio deben vender la papeleta?

Si el único gasto que tienen es la compra del ordenador, ¿cuánto dinero podrán donar a la ONG?

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.**

Se consideran las funciones  $f(x) = 2 + x - x^2$  y  $g(x) = \frac{2}{x+1}$ , definida para  $x \neq -1$ . Se pide:

- (1.5 puntos) Hallar el área del recinto del primer cuadrante limitado por las curvas  $y = f(x)$  e  $y = g(x)$ .
- (0.5 puntos) Calcular  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)g(x)$ .

---

OPCIÓN B

**Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} ax - y + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ ax + 4y + 2z = a, \end{cases}$$

se pide:

- a) (2 puntos) Discutir el sistema según los valores del parámetro  $a$ .
- b) (0.5 puntos) Resolverlo, si es posible, para  $a = 1$ .
- c) (0.5 puntos) Resolverlo, si es posible, para  $a = -1$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dada la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{9}{2x-4} + 2x - 1 & \text{si } x \neq 2 \\ 0 & \text{si } x = 2 \end{cases}$ , se pide:

- a) (1 punto) Hallar las asíntotas de la curva  $y = f(x)$ .
- b) (1 punto) Determinar los posibles extremos relativos y puntos de inflexión de  $y = f(x)$ .
- c) (1 punto) Calcular  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dados el plano  $\pi \equiv x - y + 2z + 3 = 0$ , el punto  $A(1, 1, 3)$  y la recta  $r \equiv x = y - 2 = \frac{z}{2}$ , se pide:

- a) (1 punto) Hallar la distancia del punto  $A$  a la recta  $r$ .
- b) (1 punto) Hallar la proyección del punto  $A$  sobre el plano  $\pi$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dada una recta  $r$  cuyo vector director es  $\vec{v} = (a, b, c)$  con  $a, b, c > 0$ , se pide:

- a) (1.5 puntos) Si  $r$  forma un ángulo de  $\frac{\pi}{3}$  con el eje  $OX$  y de  $\frac{\pi}{4}$  con el eje  $OY$ , determinar el ángulo que forma la recta con el eje  $OZ$ .
- b) (0.5 puntos) Si  $\vec{v} = (1, 5, 3)$ , hallar la ecuación del plano perpendicular a la recta y que contiene al punto  $A(3, 0, 1)$ .