MATEMATICAS APLICADAS A LAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

EVAU SEPTIEMBRE 2016
- Extraordinario -

https://aprendeconmigomelon.com
Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Septiembre 2016
Opción A

Ejercicio 1 (2 *puntos*)

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} k & -1 & 0 \\ -7 & k & k \\ -1 & -1 & k \end{pmatrix}$

a) *(1 punto) Estúdiese para qué valores del parámetro real* k *la matriz* A *tiene inversa.*

b) *(1 punto) Determínese, para* $k = 1$*, la matriz* X *tal que* $X \cdot A = Id$*.*

Nota: Id *denota la matriz identidad de tamaño* 3×3*.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción A)

Solución.

a) $|A| = k^3 + k^2 - 6k = k \cdot (k^2 + k - 6) = 0 \Rightarrow k = \{-3, 0, 2\} \Rightarrow \exists A^{-1}\ \forall k \neq \{-3, 0, 2\}$

b) $X \cdot A = I \implies X \cdot \underbrace{A \cdot A^{-1}}_{I} = I \cdot A^{-1} \implies X = A^{-1}$

Para $k = 1 \implies A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -7 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ & $|A| = 1 \cdot (1^2 + 1 - 6) = -4$

$\text{Adj}A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -6 \end{pmatrix}$ & $A^{-1} = \dfrac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}A^{\top} = \begin{pmatrix} -1/2 & -1/4 & 1/4 \\ -3/2 & -1/4 & 1/4 \\ -2 & -1/2 & 3/2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 2 (2 *puntos*)

> *Sea S la región del plano definida por:*
>
> $$2x - y \geq 1 \quad \& \quad 2x - 3y \leq 6 \quad \& \quad x + 2y \geq 3 \quad \& \quad x + y \leq 8 \quad \& \quad y \leq 3$$
>
> *a) (1 punto) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.*
>
> *b) (1 punto) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y) = 2x+y$ en la región S, indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.*
>
> *(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción A)*

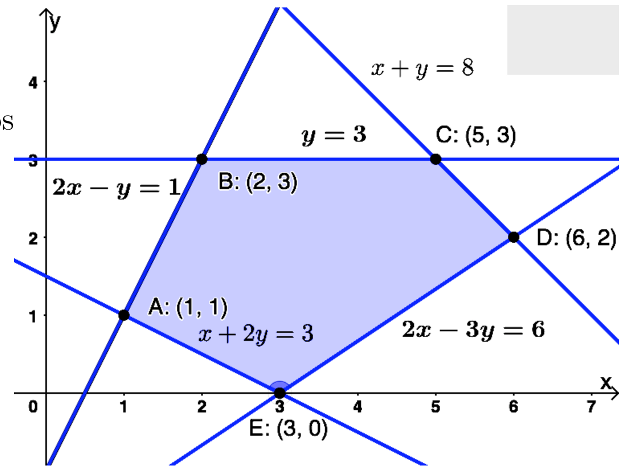
Solución.

- `Región Factible` Escribimos las restricciones y los puntos necesarios para su representación

$$\begin{cases} ① \; 2x - y \geq 1 & \to (0,-1) \quad \& \quad (1/2, 0) \\ ② \; 2x - 3y \leq 6 & \to (0,-2) \quad \& \quad (3,400) \\ ③ \; x + 2y \geq 3 & \to (0, 3/2) \quad \& \quad (3,0) \\ ④ \; x + y \leq 8 & \to (0,8) \quad \& \quad (8,0) \\ ④ \; y \leq 3 & \to (0.3) \end{cases}$$

- `Función objetivo` $\quad f(x,y) = 3x + y$

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.



- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x,y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x,y)$
A	1	1	3
B	2	3	7
C	5	3	13
D	6	2	14
E	3	0	6

El valor *máximo* de la función objetivo se producen en el punto $D(6,2)$ y vale 14, mientras que el *mínimo* se produce en el punto $A(1,1)$ y vale 3.

Ejercicio 3 (2 *puntos*)

Dada la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & si\ x<1 \\ \dfrac{ax+b}{x} & si\ 1 \le x \le 2 \\ \sqrt{x^3+1} & si\ x>2 \end{cases}$$

a) (1 punto) Determínense los valores que deben tomar los parámetros a y b para que $f(x)$ sea continua en $x=1$ y $x=2$.

b) (1 punto) Calcúlese, para $a=4$ y $b=-2$, el área del recinto acotado por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x=1$ y $x=2$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción A)

Solución.

a)
- Si $x=1$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1}(x^2+1) = 2 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{ax+b}{x} = a+b \\ f(1) = a+b \end{array}\right\} \Longrightarrow \left|\begin{array}{c} f(x) \text{ es continua en } x=1 \text{ si:} \\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1) \\ \odot\ a+b=2 \end{array}\right.$$

- Si $x=2$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{ax+b}{x} = \dfrac{2a+b}{2} \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2} \sqrt{x^3+1} = 3 \\ f(2) = \dfrac{2a+b}{2} \end{array}\right\} \Longrightarrow \left|\begin{array}{c} f(x) \text{ es continua en } x=1 \text{ si:} \\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = f(2) \\ \odot\ \dfrac{2a+b}{2} = 3 \Longrightarrow 2a+b=6 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{r} a+b=2 \\ 2a+b=6 \end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{c} a=4 \\ b=-2 \end{array}}$$

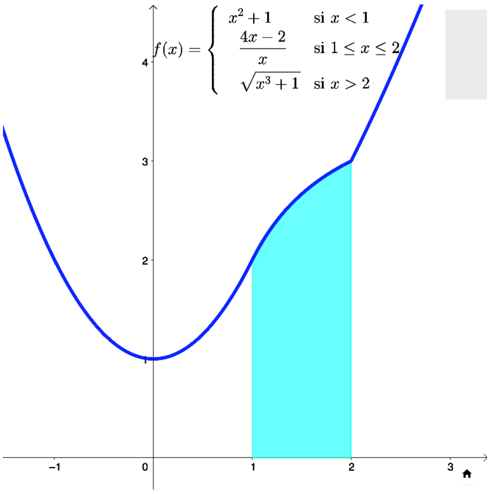
b) Para $a=4$ y $b=-2$, la función $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x<1 \\ \dfrac{4x-2}{x} & \text{si } 1 \le x \le 2 \\ \sqrt{x^3+1} & \text{si } x>2 \end{cases}$

Hallamos los puntos de corte de $f_2(x) = \dfrac{4x-2}{x}$ con el eje OX.

$$\frac{4x-2}{x} = 0 \Longrightarrow 4x-2=0 \Longrightarrow \cancel{x = \frac{1}{2}} < 1$$

Lo que define un único recinto de integración $A_1 = (1,2)$

$$
\begin{aligned}
A_1 &= \int_1^2 f_2(x)\,dx = \int_1^2 \frac{4x-2}{x}\,dx \\
&= \int_1^2 \left(4 - \frac{2}{x}\right) dx = 4x - 2\ln x\big]_1^2 \\
&= (8 - 2\ln 2) - \left(4 - \cancel{2\ln 1}\right)^1 \\
&= 4 - \ln 4 = 2.6137 \\
Area &= |A_1| = 4 - \ln 4 = 2.6137\ u^2
\end{aligned}
$$



Ejercicio 4 (2 *puntos*)

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = \frac{3}{4} \qquad \& \qquad P(A \mid B) = \frac{3}{4} \qquad \& \qquad P(B \mid A) = \frac{1}{4}$$

a) (1 punto) Demuéstrese que A y B son sucesos independientes pero no incompatibles.

b) (1 punto) Calcúlese $P\left(\overline{A} \mid \overline{B}\right)$.

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción A)

Solución.

a) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{3/16}{3/4} = \dfrac{1}{4} \implies P(A \cap B) = \dfrac{3}{16}$

$P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{3/16}{P(B)} = \dfrac{3}{4} \implies P(B) = \dfrac{1}{4}$

$$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = \dfrac{3}{16} \\ P(A) \cdot P(B) = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{16} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\| \begin{array}{l} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow A \text{ y } B \text{ son indep.} \\ P(A \cap B) \neq 0 \Rightarrow A \text{ y } B \text{ no son incompatibles.} \end{array}\right.$$

b) $$P\left(\overline{A} \mid \overline{B}\right) = \frac{P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)}{P(\overline{B})} = \frac{P\left(\overline{A \cup B}\right)}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{1 - P(B)} = \frac{1 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{16}\right)}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$$

Ejercicio 5 (2 *puntos*)

El tiempo, en minutos, que los empleados de unos grandes almacenes tardan en llegar a su casa se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida μ y desviación típica $\sigma = 5$.

a) *(1 punto) Se toma una muestra aleatoria simple de 64 empleados y su media muestral es $\overline{x} = 30$ minutos. Determínese un intervalo de confianza al 95 % para μ.*

b) *(1 punto) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria simple para que el correspondiente intervalo de confianza para μ al 99 % tenga una amplitud al lo sumo de 10 minutos?*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción A)

Solución.

$$X \equiv \text{“Tiempo en regresar a casa (minutos)”} \qquad \& \qquad X : \mathcal{N}(\mu, 5)$$

a) $X : \mathcal{N}(\mu, 5) \xrightarrow{n=64} \overline{x} = 30$

$1-\alpha = 0.95 \implies \alpha = 0.05 \implies {}^{\alpha}/_{2} = 0.025 \implies 1-{}^{\alpha}/_{2} = 0.975 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.96$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{5}{\sqrt{64}} = 1.225$$

$$I.C._{95\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \Rightarrow \boxed{I.C._{95\,\%}(\mu) = (28.775; 31.225)}$$

b) $n = ? \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.99 \quad \& \quad 2E \leq 10$

$1 - \alpha = 0.99 \implies \alpha = 0.01 \implies {}^{\alpha}/_{2} = 0.005 \implies 1 - {}^{\alpha}/_{2} = 0.995 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.575$

$$2E = 2z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \cdot 2.575 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} \leq 10 \Rightarrow n \geq \left(2 \cdot 2.575 \cdot \frac{5}{10}\right)^2 = 6.63 \Rightarrow \boxed{n = 7}$$

Septiembre 2016
Opción B

Ejercicio 1 (2 *puntos*)

Se considera el sistema de ecuaciones dependientes del parámetro real a:

$$\left.\begin{array}{r}(a-1)x+y+z=1\\ x+(a-1)y+(a-1)z=1\\ x+az=1\end{array}\right\}$$

a) (1 punto) Discútase el sistema según los valores de a.

b) (1 punto) Resuélvase el sistema para $a=3$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción B)

Solución.

Método de Rouché

a) Escribimos el sistema en forma matricial:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc:c} a-1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & a-1 & a-1 & 1\\ 1 & 0 & a & 1\end{array}\right)$$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A.

$$|A| = a^3-2a^2 = a^2\cdot(a-2) = 0 \implies a=\{0,2\}$$

- Si $a\neq\{0,2\}$ $|A|\neq 0 \implies \text{ran}(A)=3=\text{ran}(A^*)=\text{n}^{\text{o}}\text{ incóg.} \xRightarrow{Rouche}$ Sistema Compatible Determinado (Solución única).

- Si $a=0 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc:c} -1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & -1 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 1\end{array}\right)$

  $|A|=0 \implies \text{ran}(A)<3$ y como $\begin{vmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{vmatrix}\neq 0 \implies \text{ran}(A)=2$

  $\begin{vmatrix}-1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{vmatrix} = 2\neq 0 \implies \text{ran}(A^*)=3$

  $\text{ran}(A)=2\neq\text{ran}(A^*)=3 \xRightarrow{Rouche}$ Sist. Incompatible (No tiene solución)

- Si $a=2 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 2 & 1\end{array}\right)$

$$|A| = 0 \implies \operatorname{ran}(A) < 3 \text{ y como } \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \operatorname{ran}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \implies \operatorname{ran}(A^*) = 2$$

$\operatorname{ran}(A) = 2 = \operatorname{ran}(A^*) \neq \text{nº incog.} = 3 \xRightarrow{Rouche}$ Sistema Compatible Indeterminado (Infinitas soluciones)

b) Resolvemos el sistema para $a = 3$ por el método de Gauss, teniendo en cuenta que estamos antes un S.C.D.

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ 2F_2 - F_1 \\ 2F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 5 & 1 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 3F_3 + F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 18 & 4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow 2x + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = 1 \\ \Rightarrow 3y + 3 \cdot \frac{2}{9} = 1 \\ \Rightarrow 18z = 4 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{l} x = 1/3 \\ y = 1/9 \\ z = 2/9 \end{array}}$$

Método de Gauss

Debido al gran número de parámetros que tiene el sistema no merece la pena realizar la discusión por el Método de Gauss pues es fácil cometer errores.

Ejercicio 2 (2 *puntos*)

Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 3x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a) *(1 punto) Estúdiese la continuidad y derivabilidad de la función.*

b) *(1 punto) Determínense los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscsa $x = a$ es $m = -2$. Calcúlese, para cada valor de a obtenido, la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = a$.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción B)

Solución.

a) `Continuidad de` $f(x)$

- Si $x < 0$, $f(x) = x^2 + 2x$, que es continua en $\mathbb{R}$, porque es un polinomio.
- Si $x > 0$, $f(x) = -x^2 + 3x$, que es continua en $\mathbb{R}$, porque es un polinomio
- Si $x = 0$

- $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0}\left(x^2+2x\right) = 0$
- $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0}\left(-x^2+3x\right) = 0$
- $f(0) = 0$
  Como $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$, la función es continua en $x = 0$.

Por tanto la función $f(x)$ es continua en todo $\mathbb{R}$

`Derivabilidad de` $f(x)$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x+2 & \text{si } x<0 \\ -2x+3 & \text{si } x>0 \end{cases} \Rightarrow \left\| \begin{array}{l} f'(0^-) = 2 \\ f'(0^+) = 3 \end{array} \right. \Rightarrow \left\| \begin{array}{c} f'(0^-) \neq f'(0^+) \\ f(x) \text{ no es derivable en } x = 0 \end{array} \right.$$

Luego $f(x)$ es derivable en $\mathbb{R} - \{0\}$.

b) $m_r = f'(a) = -2 \implies f'(a) = \begin{cases} 2a+2 = -2 & \implies a = -2 < 0 \checkmark \\ -2a+3 = -2 & \implies a = 5/2 > 0 \checkmark \end{cases}$

$x_0 = -2 \implies y_0 = f(x_0) = f(-2) = 0$
$\implies (x_0, y_0) = (-2, 0)$

$m_r = -2$

$r \equiv y - y_0 = m_r \cdot (x - x_0)$

$y - 0 = -2 \cdot (x+2)$

$r \equiv y = -2x - 4$

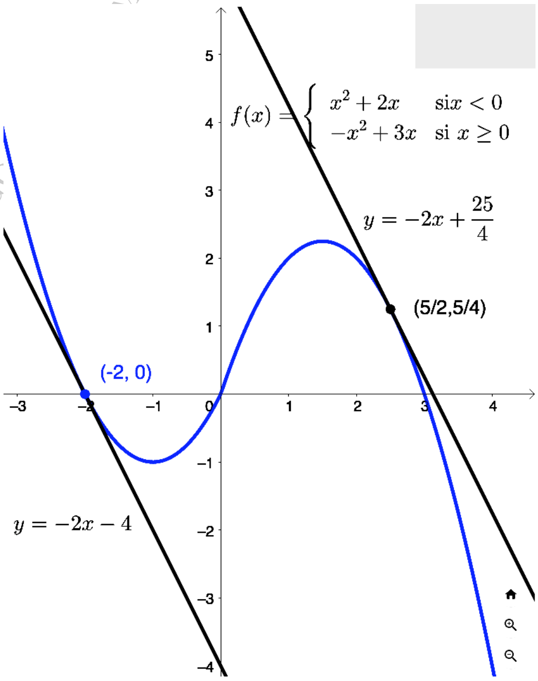
$x_0 = 5/2 \implies y_0 = f(x_0) = f(5/2) = 5/4$
$\implies (x_0, y_0) = (5/2, 5/4)$

$m_r = -2$

$r \equiv y - y_0 = m_r \cdot (x - x_0)$

$y - \dfrac{5}{4} = -2 \cdot (x - \dfrac{5}{2})$

$r \equiv y = -2x + \dfrac{25}{4}$



Ejercicio 3 (2 *puntos*)

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 9}$$

a) *(1 punto) Calcúlense sus asíntotas.*

b) *(1 punto) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.*

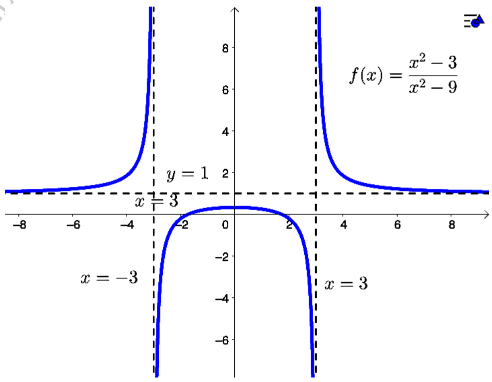
(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción B)

Solución.

a)
- `A. Horizontal` $y = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2 - 3}{x^2 - 9} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = 1 \implies \underset{x\to\pm\infty}{A.H.}$ en $y = 1$
- `A. Oblicua` Como $\exists A.H. \implies \nexists A.O.$
- `A. Vertical` Buscamos las asíntotas verticales entre las raíces del denominador $x^2 - 9 = 0 \implies x = \pm 3$

$$\lim_{x \to -3} \frac{x^2 - 3}{x^2 - 9} = \left[\frac{6}{0}\right] = \begin{cases} \lim_{x \to -3^-} f(x) = \left[\frac{6}{0^+}\right] = +\infty \\ \lim_{x \to -3^+} f(x) = \left[\frac{6}{0^-}\right] = -\infty \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 3}{x^2 - 9} = \left[\frac{9}{0}\right] = \begin{cases} \lim_{x \to 3^-} f(x) = \left[\frac{6}{0^-}\right] = -\infty \\ \lim_{x \to 3^+} f(x) = \left[\frac{6}{0^+}\right] = +\infty \end{cases}$$



b) Hallamos los puntos singulares:

$$f'(x) = \frac{2x \cdot (x^2 - 9) - (x^2 - 3) \cdot 2x}{(x^2 - 9)^2} = \frac{-12x}{(x^2 - 9)^2} = 0 \implies -12x = 0 \implies x = 0$$

	$(-\infty, -3)$	$(-3, 0)$	$(0, 3)$	$(3, +\infty)$
Signo $f'(x)$	+	+	-	-
$f(x)$	Creciente $\nearrow$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$	Decreciente $\searrow$

La función $f(x)$ es *creciente* en $(-\infty, -3) \cup (-3, 0)$ y *decreciente* en $(0, 3) \cup (3, +\infty)$, y tiene un *máximo relativo* en $(0, 1/3)$.

Ejercicio 4 (2 *puntos*)

Para efectuar cierto diagnóstico, un hospital dispone de dos escáneres, a los que denotamos como A y B. El 65 % de las pruebas de diagnóstico que se llevan a cabo en ese hospital se realizan usando el escáner A, el resto con el B. Se sabe además que el diagnóstico efectuado usando el escáner A es erróneo en un 5 % de los casos, mientas que el diagnóstico efectuado usando el escáner B es erróneo en un 8 % de los casos. Calcúlese la probabildad de que:

a) (1 punto) El diagnóstico de esa prueba efectuado a un paciente en ese hospital sea erróneo.

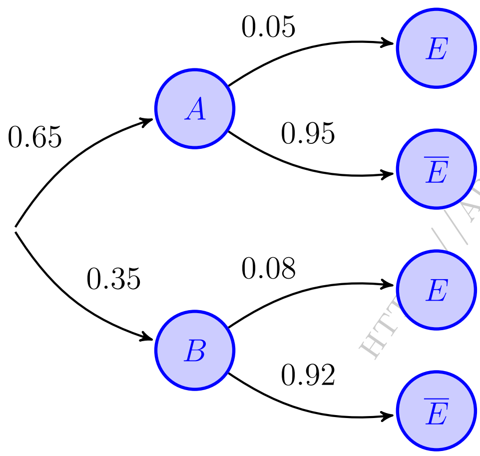
b) (1 punto) El diagnóstico se haya efectuado usando el escáner A, sabiendo que ha resultado erróneo.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El escáner utilizado es el A”}$$
$$B \equiv \text{“El escáner utilizado es el B”}$$
$$E \equiv \text{“El diagnóstico efectuado es erróneo”}$$



a) $P(E) = \big(P(A \cap E) \cup (B \cap E)\big)$
$$= P(A \cap E) + P(B \cap E)$$
$$= P(A) \cdot P(E \mid A) + P(B) \cdot P(E \mid B)$$
$$= 0.65 \cdot 0.05 + 0.35 \cdot 0.08 = 0.0605$$

b) $$P(A \mid E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{P(A) \cdot P(E \mid A)}{P(E)}$$
$$= \frac{0.65 \cdot 0.05}{0.0605} = 0.537$$

Ejercicio 5 (2 *puntos*)

El tiempo, en meses, que una persona es socia de un club deportivo, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida μ y desviación típica $\sigma = 9$.

a) (1 punto) Se toma una muestra aleatoria simple de 100 personas que han sido socias de ese club y se obtuvo una estancia media de $\overline{x} = 8.1$ meses. Determínese un intervalo de confianza al 90 % para μ.

b) (1 punto) Sabiendo que para una muestra aleatoria simple de 144 personas se ha obtenido un intervalo de confianza $(7.766; 10.233)$ para μ, determínese el nivel de confianza con el que se obtuvo dicho intervalo.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción B)

Solución.

$$X \equiv \text{“Antiüedad de socio (meses)”} \qquad \& \qquad X : \mathcal{N}(\mu, 9)$$

a) $X : \mathcal{N}(\mu, 9) \xrightarrow{n=100} \overline{x} = 8.1$

$$1 - \alpha = 0.9 \implies \alpha = 0.1 \implies \alpha/2 = 0.05 \implies 1 - \alpha/2 = 0.95 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.645$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \frac{9}{\sqrt{100}} = 1.48$$

$$I.C._{90\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{90\,\%}(\mu) = (6.62; 9.58)}$$

b) $X : \mathcal{N}(\mu, 9) \xrightarrow{n=144} I.C.(7.766; 10.233)$

$$\overline{x} = \frac{7.766 + 10.233}{2} = 8.9995$$

$$E = \frac{10.233 - 7.766}{2} = 1.2335 \implies E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{9}{\sqrt{144}} = 1.2335 \implies z_{\alpha/2} = 1.645$$

$$z_{\alpha/2} = 1.645 \xRightarrow{Tabla} 1 - \alpha/2 = 0.95 \implies \alpha/2 = 0.05 \implies \alpha = 0.1 \implies \boxed{1 - \alpha = 0.9}$$