



**UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID**  
**PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS**  
**OFICIALES DE GRADO**

Curso 2015-2016

**MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**

**INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} k & -1 & 0 \\ -7 & k & k \\ -1 & -1 & k \end{pmatrix}$

a) Estúdiese para qué valores del parámetro real  $k$  la matriz  $A$  tiene inversa.

b) Determíñese, para  $k = 1$ , la matriz  $X$  tal que  $X \cdot A = Id$ .

Nota:  $Id$  denota la matriz identidad de tamaño  $3 \times 3$ .

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Sea  $S$  la región del plano definida por

$$2x - y \geq 1; \quad 2x - 3y \leq 6; \quad x + 2y \geq 3; \quad x + y \leq 8; \quad y \leq 3.$$

a) Represéntese la región  $S$  y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función  $f(x, y) = 2x + y$  en la región  $S$ , indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Dada la función real de variable real definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 1, \\ \frac{ax + b}{x} & \text{si } 1 \leq x \leq 2, \\ \sqrt{x^3 + 1} & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

a) Determínense los valores que deben tomar los parámetros  $a$  y  $b$  para que  $f(x)$  sea continua en  $x = 1$  y  $x = 2$ .

b) Calcúlese, para  $a = 4$  y  $b = -2$ , el área del recinto acotado por la gráfica de  $f(x)$ , el eje de abscisas y las rectas  $x = 1$  y  $x = 2$ .

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un experimento aleatorio tales que  $P(A) = 3/4$ ,  $P(A | B) = 3/4$  y  $P(B | A) = 1/4$ .

a) Demuéstrese que  $A$  y  $B$  son sucesos independientes pero no incompatibles.

b) Calcúlese  $P(\bar{A} | \bar{B})$ .

Nota:  $\bar{S}$  denota el suceso complementario del suceso  $S$ .

**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos) El tiempo, en minutos, que los empleados de unos grandes almacenes tardan en llegar a su casa se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida  $\mu$  y desviación típica  $\sigma = 5$ .

a) Se toma una muestra aleatoria simple de 64 empleados y su media muestral es  $\bar{x} = 30$  minutos. Determíñese un intervalo de confianza al 95 % para  $\mu$ .

b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria simple para que el correspondiente intervalo de confianza para  $\mu$  al 99 % tenga una amplitud a lo sumo de 10 minutos?

## **OPCIÓN B**

### **Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones dependientes del parámetro real  $a$ :

$$\left. \begin{array}{l} (a-1)x + y + z = 1 \\ x + (a-1)y + (a-1)z = 1 \\ x + az = 1 \end{array} \right\}$$

- a) Discútase el sistema según los valores de  $a$ .
- b) Resuélvase el sistema para  $a = 3$ .

### **Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{si } x < 0, \\ -x^2 + 3x & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

- a) Estúdiese la continuidad y derivabilidad de la función.
- b) Determínense los valores de  $a \in \mathbb{R}$  para los cuales la pendiente de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = a$  es  $m = -2$ . Calcúlese, para cada valor de  $a$  obtenido, la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = a$ .

### **Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 9}.$$

- a) Calcúlense sus asíntotas.
- b) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

### **Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Para efectuar cierto diagnóstico, un hospital dispone de dos escáneres, a los que denotamos como A y B. El 65 % de las pruebas de diagnóstico que se llevan a cabo en ese hospital se realizan usando el escáner A, el resto con el B. Se sabe además que el diagnóstico efectuado usando el escáner A es erróneo en un 5 % de los casos, mientras que el diagnóstico efectuado usando el escáner B es erróneo en un 8 % de los casos. Calcúlese la probabilidad de que:

- a) El diagnóstico de esa prueba efectuado a un paciente en ese hospital sea erróneo.
- b) El diagnóstico se haya efectuado usando el escáner A, sabiendo que ha resultado erróneo.

### **Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

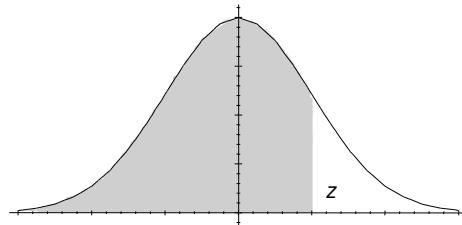
El tiempo, en meses, que una persona es socia de un club deportivo, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida  $\mu$  y desviación típica  $\sigma = 9$ .

- a) Se toma una muestra aleatoria simple de 100 personas que han sido socias de ese club y se obtuvo una estancia media de  $\bar{x} = 8'1$  meses. Determínese un intervalo de confianza al 90 % para  $\mu$ .
- b) Sabiendo que para una muestra aleatoria simple de 144 personas se ha obtenido un intervalo de confianza (7'766; 10'233) para  $\mu$ , determínese el nivel de confianza con el que se obtuvo dicho intervalo.

## Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

### ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



<b><math>z</math></b>	<b>,00</b>	<b>,01</b>	<b>,02</b>	<b>,03</b>	<b>,04</b>	<b>,05</b>	<b>,06</b>	<b>,07</b>	<b>,08</b>	<b>,09</b>
<b>0,0</b>	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
<b>0,1</b>	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
<b>0,2</b>	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
<b>0,3</b>	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
<b>0,4</b>	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
<b>0,5</b>	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
<b>0,6</b>	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
<b>0,7</b>	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
<b>0,8</b>	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
<b>0,9</b>	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
<b>1,0</b>	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
<b>1,1</b>	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
<b>1,2</b>	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
<b>1,3</b>	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
<b>1,4</b>	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
<b>1,5</b>	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
<b>1,6</b>	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
<b>1,7</b>	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
<b>1,8</b>	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
<b>1,9</b>	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
<b>2,0</b>	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
<b>2,1</b>	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
<b>2,2</b>	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
<b>2,3</b>	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
<b>2,4</b>	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
<b>2,5</b>	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
<b>2,6</b>	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
<b>2,7</b>	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
<b>2,8</b>	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
<b>2,9</b>	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
<b>3,0</b>	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

### OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- |  |              |
|--|--------------|
| Cálculo correcto del determinante..... | 0,75 puntos. |
| Discusión y solución correcta .....    | 0,25 puntos. |

Apartado (b): 1 punto.

- |  |              |
|--|--------------|
| Determinación de la matriz X .....           | 0,25 puntos. |
| Obtención correcta de la matriz inversa..... | 0,75 puntos. |

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- |  |              |
|--|--------------|
| Representación correcta de la región ..... | 0,50 puntos. |
| Obtención de los vértices .....            | 0,50 puntos. |

Apartado (b): 1 punto.

- |  |              |
|--|--------------|
| Obtención del máximo y el valor máximo ..... | 0,50 puntos. |
| Obtención del mínimo y el valor mínimo ..... | 0,50 puntos. |

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- |  |              |
|--|--------------|
| Planteamiento correcto.....              | 0,25 puntos. |
| Cálculo correcto de los límites .....    | 0,50 puntos. |
| Cálculo correcto de los parámetros ..... | 0,25 puntos. |

Apartado (b): 1 punto

- |  |              |
|--|--------------|
| Planteamiento correcto.....            | 0,25 puntos. |
| Cálculo correcto de la primitiva ..... | 0,50 puntos. |
| Cálculo del área .....                 | 0,25 puntos. |

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- |   |              |
|---|--------------|
| Planteamiento correcto.....                     | 0,50 puntos. |
| Cálculo correcto de la probabilidad pedida..... | 0,50 puntos. |

Apartado (b): 1 punto.

- |   |              |
|---|--------------|
| Planteamiento correcto.....                     | 0,50 puntos. |
| Cálculo correcto de la probabilidad pedida..... | 0,50 puntos. |

**Ejercicio 5.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- |   |              |
|---|--------------|
| Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .....                          | 0,25 puntos. |
| Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza ..... | 0,25 puntos. |
| Determinación correcta del intervalo .....                        | 0,50 puntos. |

Apartado (b): 1 punto.

- |  |              |
|--|--------------|
| Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .....                     | 0,25 puntos. |
| Expresión correcta de la fórmula del error.....              | 0,25 puntos. |
| Determinación correcta del tamaño mínimo de la muestra ..... | 0,50 puntos. |

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto del determinante de  $A$  y de los valores críticos.....0,50 puntos.

Discusión correcta .....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema.....1,00 punto.

### Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento y estudio correcto de la continuidad.....0,50 puntos.

Planteamiento y estudio correcto de la derivabilidad.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto .....0,50 puntos.

Obtención correcta de los valores de  $a$  .....0,25 puntos.

Obtención correcta de las rectas tangentes.....0,25 puntos.

### Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo de las asíntotas verticales de  $f$ .....0,50 puntos.

Cálculo de la asíntota horizontal de  $f$ .....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la derivada.....0,25 puntos.

Determinación correcta de los puntos críticos .....0,50 puntos.

Determinación correcta de los intervalos pedidos.....0,25 puntos.

### Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto .....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto .....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

### Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$  .....0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza .....0,25 puntos.

Determinación correcta del intervalo .....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto .....0,25 puntos.

Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$  .....0,25 puntos.

Cálculo correcto del nivel de confianza .....0,50 puntos.

**NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.**