



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS  
OFICIALES DE GRADO

Curso 2013-2014

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcúlese  $(A^t B)^{-1}$ , donde  $A^t$  denota a la traspuesta de la matriz  $A$ .

b) Resuélvase la ecuación matricial  $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se consideran la función  $f(x, y) = 5x - 2y$  y la región del plano  $S$  definida por el siguiente conjunto de restricciones:

$$x - 2y \leq 0, \quad x + y \leq 6, \quad x \geq 0, \quad y \leq 3.$$

a) Representése la región  $S$ .

b) Calcúlense las coordenadas de los vértices de la región  $S$  y obténganse los valores máximo y mínimo de la función  $f$  en  $S$  indicando los puntos donde se alcanzan.

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por  $f(x) = \begin{cases} x + a & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 2 & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ x + b & \text{si } x > 3. \end{cases}$

a) Determínense  $a$  y  $b$  para que  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ .

b) Calcúlese  $\int_1^3 f(x) dx$ .

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un espacio muestral tales que:  $P(A) = 0,4$ ;  $P(A \cup B) = 0,5$ ;  $P(B|A) = 0,5$ . Calcúlense:

a)  $P(B)$

b)  $P(A|\bar{B})$ .

Nota:  $\bar{S}$  denota al suceso complementario del suceso  $S$ .

**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

La longitud, en milímetros (mm), de los individuos de una determinada colonia de gusanos de seda se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida  $\mu$  y desviación típica igual a 3 mm.

a) Se toma una muestra aleatoria simple de 48 gusanos de seda y se obtiene una media muestral igual a 36 mm. Determínese un intervalo de confianza para la media poblacional de la longitud de los gusanos de seda con un nivel de confianza del 95 %.

b) Determínese el tamaño muestral mínimo necesario para que el error máximo cometido en la estimación de  $\mu$  por la media muestral sea menor o igual que 1 mm con un nivel de confianza del 90 %.

**OPCIÓN B**

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$ :

$$\left. \begin{array}{rcl} x & +y & +az = 2 \\ 3x & +4y & +2z = a \\ 2x & +3y & -z = 1 \end{array} \right\}$$

- a) Discútase el sistema según los diferentes valores de  $a$ .
- b) Resuélvase el sistema en el caso  $a = -1$ .

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Dada la función real de variable real  $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 2x$ .

- a) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
- b) Calcúlese  $\int_2^3 f(x) dx$ .

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{x^2}{x-2}$$

- a) Determínense sus asíntotas.
- b) Determínense el dominio y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$ .

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se dispone de un dado cúbico equilibrado y dos urnas  $A$  y  $B$ . La urna  $A$  contiene 3 bolas rojas y 2 negras; la urna  $B$  contiene 2 rojas y 3 negras. Lanzamos el dado: si el número obtenido es 1 ó 2 extraemos una bola de la urna  $A$ ; en caso contrario extraemos una bola de la urna  $B$ .

- a) ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola roja?
- b) Si la bola extraída es roja, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la urna  $A$ ?

**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

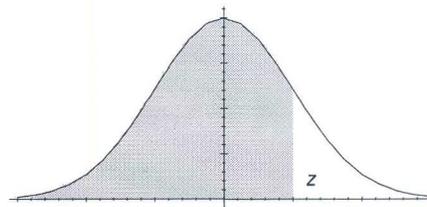
El consumo mensual de leche (en litros) de los alumnos de un determinado colegio se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica  $\sigma = 3$  litros .

- a) Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene el intervalo de confianza (16,33 ; 19,27) para estimar  $\mu$ , con un nivel de confianza del 95 % . Calcúlese la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.
- b) Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 64. Calcúlese el error máximo cometido en la estimación de  $\mu$  mediante la media muestral con un nivel de confianza del 95 %.

## Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

### ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



$z$	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
<b>0,0</b>	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
<b>0,1</b>	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
<b>0,2</b>	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
<b>0,3</b>	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
<b>0,4</b>	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
<b>0,5</b>	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
<b>0,6</b>	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
<b>0,7</b>	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
<b>0,8</b>	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
<b>0,9</b>	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
<b>1,0</b>	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
<b>1,1</b>	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
<b>1,2</b>	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
<b>1,3</b>	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
<b>1,4</b>	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
<b>1,5</b>	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
<b>1,6</b>	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
<b>1,7</b>	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
<b>1,8</b>	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
<b>1,9</b>	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
<b>2,0</b>	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
<b>2,1</b>	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
<b>2,2</b>	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
<b>2,3</b>	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
<b>2,4</b>	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
<b>2,5</b>	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
<b>2,6</b>	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
<b>2,7</b>	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
<b>2,8</b>	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
<b>2,9</b>	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
<b>3,0</b>	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

**ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos**

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Obtención correcta de la matriz .....0,25 puntos.
- Obtención correcta del producto .....0,25 puntos.
- Obtención correcta de la matriz inversa de  $A^tB$ .....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto del sistema de ecuaciones.....0,50 puntos.
- Obtención correcta de la matriz  $X$ .....0,50 puntos.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Dibujo correcto de  $S$ ..... 1,00 punto.

Apartado (b): 1 punto

- Cálculo correcto de las coordenadas de los vértices.....0,50 puntos.
- Obtención de los valores.....0,50 puntos.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Planteamiento de la condición de continuidad en  $x = 1$ .....0,25 puntos.
- Planteamiento de la condición de continuidad en  $x = 3$ .....0,25 puntos.
- Obtención de los valores  $a$  y  $b$ .....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Cálculo correcto de una primitiva.....0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la integral definida.....0,50 puntos.

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Planteamiento correcto.....0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto.....0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

**Ejercicio 5.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$ .....0,25 puntos.
- Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza.....0,25 puntos.
- Obtención correcta del intervalo de confianza.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto.....0,50 puntos.
- Cálculo correcto del tamaño muestral.....0,50 puntos.

**NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.**

## OPCIÓN B

**ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos**

### **Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Obtención de los valores críticos.....0,50 puntos.

Discusión del sistema para cada caso (2x0,25).....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Resolución correcta del sistema..... 1,00 punto.

### **Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Fórmula correcta de la expresión de la tangente.....0,25 puntos.

Cálculo correcto de la primera derivada.....0,25 puntos.

Obtención correcta de la tangente.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de una primitiva.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la integral definida.....0,50 puntos.

### **Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Obtención correcta de la asíntota vertical.....0,50 puntos.

Obtención correcta de la asíntota oblicua.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Obtención del dominio.....0,25 puntos.

Cálculo correcto de la primera derivada.....0,25 puntos.

Estudio correcto del crecimiento y decrecimiento de f.....0,50 puntos.

### **Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

### **Ejercicio 5.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de la media.....0,50 puntos.

Cálculo correcto del tamaño de la muestra.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$  .....0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula.....0,25 puntos.

Obtención correcta del error.....0,50 puntos.

**NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.**