



## UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS  
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso 2020-2021

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

### INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a **cinco** preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

**TIEMPO:** 90 minutos.

#### A.1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se consideran las matrices  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -a & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

- Calcule los valores del parámetro real  $a$  para los cuales la matriz  $A$  tiene inversa.
- Para  $a = 2$  calcule, si existe, la matriz  $X$  que satisface  $AX = B$ .

#### A 2. (Calificación máxima: 2 puntos).

Una empresa tecnológica se plantea la producción y lanzamiento de dos nuevos cables de fibra óptica, el modelo A2020 y el modelo B2020. El coste de producir un metro del modelo A2020 es igual a 2 euros, mientras que el coste de producir un metro del modelo B2020 es igual a 0,5 euros. Para realizar el lanzamiento comercial se necesitan al menos 6000 metros de cable, aunque del modelo B2020 no podrán fabricarse más de 5000 metros y debido al coste de producción no es posible fabricar más de 8000 metros entre los dos modelos. Además se desea fabricar una cantidad de metros del modelo B2020 mayor o igual a la de metros del modelo A2020.

- Represente la región factible y calcule las coordenadas de sus vértices.
- Determine el número de metros que deben producirse de cada uno de los modelos para minimizar el coste.

#### A 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Dada la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{3a}{x} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- Determine el valor del parámetro real  $a$  para que la función  $f(x)$  sea continua en todo su dominio. ¿Para ese valor de  $a$  es  $f(x)$  derivable?
- Para  $a = 1$ , calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x = 1$ .

#### A 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que  $P(A) = 0,5$ ,  $P(\overline{B}) = 0,8$  y  $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,9$ .

- Estudie si los sucesos  $A$  y  $B$  son independientes.
- Calcule  $P(\overline{A}|\overline{B})$ .

#### A 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

El peso de los huevos producidos en una granja avícola se puede aproximar por una variable aleatoria de distribución normal de media  $\mu$  gramos y desviación típica  $\sigma = 8$  gramos.

- Se toma una muestra aleatoria simple de 20 huevos, obteniéndose una media muestral de 60 gramos. Determine un intervalo de confianza al 95 % para  $\mu$ .
- Suponga que  $\mu = 59$  gramos. Calcule la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de 10 huevos, la media muestral,  $\overline{X}$ , esté comprendida entre 57 y 61 gramos.

**B 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$ :

$$\left. \begin{array}{l} x + 2ay + z = 0 \\ -x - ay = 1 \\ -y - z = -a \end{array} \right\}$$

- a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro real  $a$ .  
 b) Resuelva el sistema para  $a = 3$ .

**B 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real  $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{(x - 1)^2}$

- a) Calcule el dominio y las asíntotas de  $f(x)$ .  
 b) Determine sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

**B 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se sabe que la derivada de una función real  $f(x)$  de variable real es:

$$f'(x) = 3x^2 + 8x$$

- a) Determine la expresión de  $f(x)$  sabiendo que  $f(1) = 11$ .  
 b) Determine los máximos y mínimos locales de  $f(x)$ , si los hubiera.

**B 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Un colegio tiene alumnos matriculados que residen en dos municipios distintos, A y B, siendo el número de alumnos matriculados residentes en el municipio A el doble de los del municipio B. Se sabe que la probabilidad de fracaso escolar si se habita en el municipio A es de 0,02, mientras que esa probabilidad si se habita en el municipio B es de 0,06. Calcule la probabilidad de que un alumno de dicho colegio elegido al azar:

- a) No sufra fracaso escolar.  
 b) Sea del municipio A si se sabe que ha sufrido fracaso escolar.

**B 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

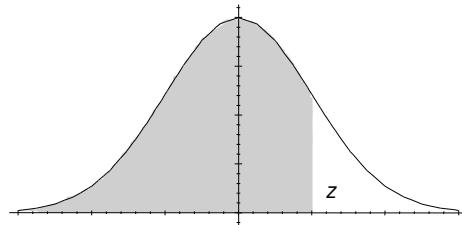
El tiempo necesario para cumplimentar un test psicotécnico se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  minutos y desviación típica  $\sigma = 3$  minutos.

- a) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de  $\mu$  sea menor de 1 minuto con un nivel de confianza del 95 %.  
 b) Suponga que  $\mu = 32$  minutos. Calcule la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de tamaño  $n = 16$  pruebas, el tiempo medio empleado en su realización,  $\bar{X}$ , sea menor que 30,5 minutos.

## Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

### ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



<b><i>z</i></b>	<b>,00</b>	<b>,01</b>	<b>,02</b>	<b>,03</b>	<b>,04</b>	<b>,05</b>	<b>,06</b>	<b>,07</b>	<b>,08</b>	<b>,09</b>
<b>0,0</b>	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
<b>0,1</b>	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
<b>0,2</b>	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
<b>0,3</b>	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
<b>0,4</b>	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
<b>0,5</b>	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
<b>0,6</b>	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
<b>0,7</b>	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
<b>0,8</b>	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
<b>0,9</b>	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
<b>1,0</b>	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
<b>1,1</b>	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
<b>1,2</b>	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
<b>1,3</b>	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
<b>1,4</b>	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
<b>1,5</b>	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
<b>1,6</b>	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
<b>1,7</b>	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
<b>1,8</b>	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
<b>1,9</b>	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
<b>2,0</b>	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
<b>2,1</b>	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
<b>2,2</b>	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
<b>2,3</b>	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
<b>2,4</b>	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
<b>2,5</b>	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
<b>2,6</b>	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
<b>2,7</b>	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
<b>2,8</b>	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
<b>2,9</b>	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
<b>3,0</b>	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**  
**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN**

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos. En todos los casos, se valorará el razonamiento correcto.

**Ejercicio A1.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Expresar correctamente la condición de existencia de inversa.....0,25 puntos.  
Planteamiento correcto .....0,50 puntos.  
Determinación correcta del valor del parámetro.....0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto .....0,50 puntos.  
Determinación correcta de la matriz X.....0,50 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluable:** Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente de forma manual. Analiza y comprende el enunciado a resolver (datos, relaciones entre los datos, condiciones, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).

**Ejercicio A2.** (Puntuación máxima: 2 puntos).....

Apartado (a): 1 punto.

- Representación correcta de la región factible.....0,50 puntos.  
Cálculo correcto de los vértices .....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Expresión correcta de la función objetivo.....0,25 puntos.  
Cálculo correcto de las cantidades pedidas.....0,75 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluable:** Aplica las técnicas gráficas de programación lineal bidimensional para resolver problemas de optimización de funciones lineales que están sujetas a restricciones e interpreta los resultados obtenidos en el contexto del problema.

**Ejercicio A3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Estudio de la continuidad si  $x$  no es 3 .....0,25 puntos.  
Estudio correcto de la continuidad en  $x=3$  .....0,25 puntos.  
Determinación correcta de  $f'(x)$  (donde exista).....0,25 puntos.  
Estudio correcto de la derivabilidad de la función.....0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto

- Expresión correcta de la ecuación de la tangente .....0,25 puntos.  
Elección correcta de la expresión de  $f(x)$  para el punto pedido .....0,25 puntos.  
Cálculo correcto de la pendiente de la derivada.....0,25 puntos.  
Ecuación correcta de la tangente .....0,25 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluable:** Aplica los conceptos de límite y derivadas. Estudia la continuidad en un punto de una función definida a trozos utilizando el concepto de límite. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Obtiene la expresión algebraica la tangente de a partir de datos relativos a sus propiedades locales o globales.

**Ejercicio A4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Planteamiento correcto de la condición de independencia.....0,25 puntos.  
Cálculo correcto de la probabilidad de la intersección.....0,50 puntos.  
Conclusión.....0,25 puntos

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto de la probabilidad .....0,50 puntos.  
Cálculo correcto de la probabilidad.....0,50 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluable:** Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

**Ejercicio A5.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$  ..... 0,25 puntos.

Planteamiento correcto ..... 0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo ..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la distribución de la media ..... 0,25 puntos.

Tipificación correcta de la variable ..... 0,25 puntos.

Obtención correcta de la probabilidad ..... 0,50 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluable:** Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral y de la proporción, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.

**Ejercicio B1.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Obtención correcta de los valores críticos ..... 0,50 puntos.

Discusión correcta del sistema ..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema ..... 1,00 punto.

**Estándares de aprendizaje evaluable:** Manipula el sistema de ecuaciones lineales de tres ecuaciones y tres incógnitas y lo resuelve en los casos en que sea posible. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. El sistema de ecuaciones lineales planteado (como máximo de tres ecuaciones y tres incógnitas), lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas en contextos reales.

**Ejercicio B2.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Determinación del dominio ..... 0,25 puntos.

Determinación de la asíntota vertical ..... 0,25 puntos.

Determinación de la asíntota oblicua, excluyendo la existencia de AH: 0,50 puntos

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la derivada ..... 0,50 puntos.

Determinación correcta de los intervalos ..... 0,50 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluable:** Calcula las asíntotas de funciones racionales. Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.

**Ejercicio B3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto ..... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la primitiva ..... 0,50 puntos.

Determinación correcta de la constante de integración ..... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto ..... 0,25 puntos.

Determinación correcta de los puntos críticos ..... 0,25 puntos.

Clasificación correcta de los puntos críticos ..... 0,50 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluable:** Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Obtiene la expresión algebraica la función a partir de datos relativos a sus propiedades locales o globales.

**Ejercicio B4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad ..... 0,5 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad ..... 0,5 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluable:** Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

**Ejercicio B5.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$  ..... 0,25 puntos.

Expresión correcta del error ..... 0,25 puntos.

Determinación correcta del tamaño de la muestra ..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la distribución de la media.....0,25 puntos.

Tipificación correcta de la variable ..... 0,25 puntos.

Obtención correcta de la probabilidad.....0,50 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluable:** Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral y de la proporción, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.

**NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados**