

	<b>UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID</b> EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso 2020-2021 <b>MATERIA: MATEMÁTICAS II</b>	<b>Modelo Orientativo</b> Provisional
--	---	--

### INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

**CALIFICACIÓN:** La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.

**Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

**TIEMPO:** 90 minutos.

#### OPCIÓN A

**Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos.**

Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & x \\ 1 & 0 & x-1 \\ x+1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$ , se pide:

- a) (0.5 puntos) Determinar los valores de  $x \in \mathbb{R}$  para los cuales  $A$  tiene inversa.
- b) (1 punto) Para  $x = -1$ , calcular la inversa de  $A$ .
- c) (1 punto) Para  $x = 1$ , hallar  $(AB^t)^3$  y  $(AB^t)^{2020}$  (donde  $B^t$  denota la matriz traspuesta de  $B$ ).

**Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos.**

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{si } x \leq 1, x \neq -1 \\ \frac{\ln x}{x-1} & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

- a) (0.5 puntos) Estudie la continuidad de  $f$  en  $x = 1$ .
- b) (1 punto) Halle las asíntotas de  $f$ , si existen.
- c) (1 punto) Determine el valor de  $x_0 < 1$  que verifica que la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto  $(x_0, f(x_0))$  tiene pendiente  $\frac{-1}{2}$ . Escriba la ecuación de dicha recta tangente.

**Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos.**

Se consideran los puntos  $A(3, 1, 2)$ ,  $B(0, 3, 4)$  y  $P(-1, 1, 0)$ . Se pide:

- a) (0.75 puntos) Determinar las coordenadas de un punto  $Q$  sabiendo que los vectores  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{PQ}$  son linealmente dependientes, tienen sentidos opuestos y tienen el mismo módulo.
- b) (1 punto) Determinar las coordenadas del punto de intersección de la recta  $r$  que contiene a  $A$  y  $P$ , y de la recta  $s$  que contiene a  $B$  y al punto  $C(2, -1, -2)$ .
- c) (0.75 puntos) Calcular el coseno del ángulo formado por  $\overrightarrow{PA}$  y  $\overrightarrow{PB}$ .

**Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos.**

En un instituto, uno de cada cuatro alumnos practica baloncesto. Se eligen 6 alumnos al azar y se considera la variable aleatoria  $X$  que representa el número de estudiantes entre estos 6 que practican baloncesto. Se pide:

- a) (1 punto) Identificar la distribución de la variable aleatoria  $X$  y calcular  $P(X = 0)$ .
- b) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que al menos 5 de los 6 elegidos practiquen baloncesto.
- c) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que al menos 1 de los 6 pratique baloncesto.

---

### **OPCIÓN B**

**Ejercicio 1 . Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dados la matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ a & -3 & a \\ a-1 & -3 & a \end{pmatrix}$  y el vector  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ , determine el valor o valores de  $a$  para los que:

- a) (1.5 puntos) El sistema  $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B$  no tenga solución.  
b) (1 punto)  $A = A^{-1}$ .

**Ejercicio 2 . Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dada la función  $f(x) = x^6 - 4x^4$ , se pide:

- a) (0.5 puntos) Estudiar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.  
b) (1 punto) Encontrar sus máximos y mínimos relativos, y determinar si son o no absolutos.  
c) (1 punto) Hallar el área de la región acotada limitada por el eje  $y = 0$  y la gráfica de  $f$ .

**Ejercicio 3 . Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dadas las rectas  $r \equiv \begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + z = 2 \end{cases}$ ,  $s \equiv \begin{cases} x = -3 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$ , se pide:

- a) (0.5 puntos) Hallar la distancia del origen a la recta  $s$ .  
b) (0.5 puntos) Determinar la posición relativa de  $r$  y  $s$ .  
c) (0.75 puntos) Escribir la ecuación del plano que contiene a la recta  $r$  y al vector perpendicular a  $r$  y a  $s$ .  
d) (0.75 puntos) Escribir la ecuación de una recta perpendicular común a  $r$  y a  $s$ .

**Ejercicio 4 . Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Una prueba diagnóstica para una enfermedad da resultado negativo el 5% de las veces que se aplica a un individuo que la padece y da resultado positivo el 10% de las veces que se aplica a un individuo que no la padece. Las estadísticas muestran que dicha enfermedad afecta a 50 de cada diez mil personas. Si una persona elegida al azar se somete a la prueba diagnóstica, calcule la probabilidad de:

- a) (0.5 puntos) Que la prueba dé resultado positivo.  
b) (0.75 puntos) Que la persona padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba ha sido positivo.  
c) (0.75 puntos) Que la persona no padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba ha sido negativo.  
d) (0.5 puntos) Que el resultado de la prueba diagnóstica sea erróneo.

**MATEMÁTICAS II**  
**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

**Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

En cada ejercicio, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en las soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

---

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.**

- a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- c) Cálculo de  $(AB^t)^3$ : 0.5 puntos. Cálculo de  $(AB^t)^{2020}$ : 0.5 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Determina las condiciones para que una matriz tenga inversa y la calcula empleando el método más adecuado. Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente.

**Ejercicio 2.**

- a) Planteamiento: 0.25 puntos. Conclusión correcta: 0.25 puntos.
- b) Por plantear qué asíntotas pueden existir: 0.25 puntos. Por cada asíntota: 0.25 puntos.
- c) Por interpretar correctamente la pregunta: 0.25 puntos. Por encontrar  $x_0$ : 0.5 puntos (0.25 por el planteamiento y 0.25 por la resolución). Por escribir la recta tangente: 0.25 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Conoce las propiedades de las funciones continuas, y representa la función en un entorno de los puntos de discontinuidad. Aplica los conceptos de límite y de derivada, así como los teoremas relacionados, a la resolución de problemas. Aplica la regla de L'Hôpital para resolver indeterminaciones en el cálculo de límites.

**Ejercicio 3.**

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Realiza operaciones elementales con vectores, manejando correctamente los conceptos de base y de dependencia e independencia lineal. Maneja el producto escalar y vectorial de dos vectores, significado geométrico, expresión analítica y propiedades. Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos.

**Ejercicio 4.**

- a) Saber que es una binomial e identificar los parámetros: 0.5 puntos. Calcular la probabilidad: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Identifica fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial, obtiene sus parámetros y calcula su media y desviación típica. Calcula probabilidades asociadas a una distribución binomial a partir de su función de probabilidad, de la tabla de la distribución o mediante calculadora.

**MATEMÁTICAS II**  
**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

**Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

En cada ejercicio, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en las soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

---

**OPCIÓN B**

**Ejercicio 1.**

- a) Planteamiento: 0.75 puntos. Resolución: 0.75 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente. Determina el rango de una matriz, hasta orden 4, aplicando el método de Gauss o determinantes. Estudia, clasifica y resuelve sistemas de ecuaciones lineales.

**Ejercicio 2.**

- a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Por los máximos y mínimos relativos: 0.5 puntos. Por distinguir correctamente entre relativos y absolutos: 0.5 puntos.
- c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Aplica los conceptos de límite y de derivada, así como los teoremas relacionados, a la resolución de problemas. Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones. Calcula el área de recintos limitados por rectas y curvas sencillas o por dos curvas.

**Ejercicio 3.**

- a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- d) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Expresa la ecuación de la recta de sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas afines entre rectas. Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones. Obtiene la ecuación del plano en sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente. Maneja el producto escalar y vectorial de dos vectores, significado geométrico, expresión analítica y propiedades.

**Ejercicio 4.**

- a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- d) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

**Estándares de aprendizaje evaluados:** Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes. Utiliza el vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.

## CURSO 2020-2021

### **ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN DEL ACCESO A LA UNIVERSIDAD DE LA ASIGNATURA MATEMÁTICAS II.**

Para la elaboración de las pruebas se seguirán las características, el diseño y el contenido establecido en el currículo básico de las enseñanzas del segundo curso de bachillerato LOMCE que está publicado en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, así como por la normativa correspondiente que se promulgue y que afecte a las características, el diseño y el contenido de la evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad.

### **DOCUMENTO DE ORIENTACIONES PARA LA EvAU**

### **Matemáticas II. Curso 2020/2021**

#### **ESTRUCTURA DEL EXAMEN**

El examen constará de **cuatro problemas igualmente ponderados**, cada uno de ellos relativo a uno de los cuatro bloques con contenido específico del currículo oficial de MATEMÁTICAS II, 2º Bachillerato: ÁLGEBRA, ANÁLISIS, GEOMETRÍA y PROBABILIDAD.

#### **CONTENIDOS**

Las pruebas se elaborarán teniendo en cuenta el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, y Orden PCM/139/2020, de 17 de febrero, por la que se determinan las características, el diseño y el contenido de la evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad, y las fechas máximas de realización y de resolución de los procedimientos de revisión de las calificaciones obtenidas en el curso 2019-2020.

Se podrá pedir en las mismas la realización de tareas similares a las siguientes:

#### **ÁLGEBRA**

- Usar matrices como herramienta para representar datos estructurados y sistemas de ecuaciones lineales.
- Realizar operaciones con matrices y aplicar propiedades.
- Calcular determinantes de orden menor o igual que 4 y manejar las propiedades elementales.
- Calcular la inversa de una matriz cuadrada de orden no superior a tres. Usar adecuadamente las propiedades de la matriz inversa.
- Calcular el rango de una matriz de orden no superior a 4, por determinantes o por el método de Gauss. Estudiar el rango de una matriz que dependa como máximo de un parámetro.

- Resolver sistemas de ecuaciones lineales. Discutir las soluciones de un sistema lineal, dependiente de un parámetro.
- Plantear y resolver problemas que simulen situaciones de la vida real, cuya solución pueda obtenerse a partir de un sistema lineal de, como máximo, tres ecuaciones con tres incógnitas.

## ANÁLISIS

- Calcular el límite de una función en un punto y en el infinito. Calcular límites laterales y resolver indeterminaciones sencillas.
- Interpretar el significado de la continuidad y la discontinuidad. Identificar funciones continuas y tipos de discontinuidad. Manejar operaciones algebraicas con funciones continuas y composición de funciones continuas.
- Usar el teorema de Bolzano para localizar soluciones de una ecuación.
- Manejar y saber interpretar el concepto de derivada de una función en un punto. Manejar las propiedades de la derivación y calcular derivadas.

- Usar derivadas para estudiar intervalos de crecimiento y decrecimiento y valores extremos. Plantear y resolver de problemas de optimización.
- Conocer y aplicar los resultados del Teorema de Rolle, el Teorema del Valor Medio y la regla de L'Hôpital.
- Calcular primitivas inmediatas y de funciones que sean derivadas de una función compuesta. Integrar por partes y mediante cambio de variables (ejemplos simples). Integrar funciones racionales (con denominador de grado no mayor que dos).
- Calcular áreas de recintos limitados por rectas o curvas sencillas.

## **GEOMETRÍA**

- Operar con vectores del espacio tridimensional. Estudiar la dependencia e independencia lineal. Manejar los conceptos de base y coordenadas.
- Manejar el producto escalar: definición, propiedades e interpretación geométrica; vectores unitarios, ortogonales y ortonormales.
- Calcular el ángulo entre dos vectores.
- Manejar el producto vectorial: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Manejar el producto mixto de tres vectores: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Aplicar los distintos productos al cálculo de áreas y volúmenes.
- Obtener ecuaciones de rectas en el espacio, en cualquiera de sus formas. Obtener ecuaciones de planos. Estudiar la posición relativa de puntos, rectas y planos en el espacio.
- Resolver problemas de geometría afín con rectas y planos.
- Calcular distancias entre puntos rectas y planos, así como ángulos entre dos planos, entre dos rectas que se corten y entre una recta y un plano.

## **PROBABILIDAD**

- Calcular la probabilidad de sucesos aleatorios, mediante la regla de Laplace o las fórmulas de la axiomática de Kolmogorov.
- Calcular probabilidades condicionadas. Usar el teorema de probabilidad total y la fórmula de Bayes.
- Identificar variables aleatorias discretas. Calcular probabilidades de sucesos asociados a una distribución binomial. Calcular la media y la desviación típica de una variable aleatoria con distribución binomial.
- Calcular probabilidades de sucesos que se puedan modelizar mediante una distribución binomial, a partir de su aproximación por la normal.
- Calcular probabilidades de sucesos que pueden modelizarse mediante una distribución normal.