Matemáticas aplicadas a las CCSS
Exámenes resueltos

EVAU JULIO 2020
(Ordinario)

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

11 de julio de 2020

2020

Julio 2020 (Ordinario)

2020 Junio - Ordinario
Opción A

Ejercicio 1 (2 *puntos*)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a:

$$\left.\begin{array}{r} x + ay = 0 \\ x + 2z = 0 \\ x + ay + (a+1)z = a \end{array}\right\}$$

a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro a.

b) Resuelva el sistema para $a = 0$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción A)

Solución.

Método de Rouché

a) Escribimos el sistema en forma matricial:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & a & a+1 & a \end{array}\right)$$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A.

$$|A| = -a^2 - a = -a \cdot (a+1) = 0 \implies a = \{-1, 0\}$$

- Si $a \neq \{-1, 0\}$ $\quad |A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = \text{n}^{\text{o}}$ incóg. $\implies$ Sistema Compatible Determinado (Solución única).

- Si $a=-1 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \end{array}\right)$

  $|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3$ y como $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$

  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \implies \text{ran}(A^*) = 3$

  $\text{ran}(A) = 2 \neq \text{ran}(A^*) = 3 \implies$ Sistema Incompatible (No tiene solución)

- Si $a=0 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$

  $|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3$ y como $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$

  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \implies \text{ran}(A^*) = 2$

  $\text{ran}(A) = 2 = \text{ran}(A^*) \neq \text{n}^{\text{o}}$ incóg. $= 3 \implies$ Sistema Compatible Indeterminado (Infinitas soluciones)

b) Resolvemos el sistema para $a = 0$ por el método de Gauss. Como estamos ante un S.C.I. solamente es neceesario resolver el sistema formado por las ecuaciones correspondientes al menor de orden 2 distinto de cero obtenido en la discusión.

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 0 \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{array}}$$

Método de Gauss

a) Escribimos el sistema en forma matricial, hacemos que los parámetros estén lo más a la derecha y abajo posible y aplicamos el método de Gauss.

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & a & a+1 & a \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_1 \leftrightarrow F_2 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & a & 0 & 0 \\ 1 & a & a+1 & a \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & a & -2 & 0 \\ 0 & a & a-1 & a \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & a & -2 & 0 \\ 0 & 0 & a+1 & a \end{array}\right)$$

$$\implies \begin{cases} a = 0 \\ a+1 = 0 \implies a = -1 \end{cases}$$

- Si $a \neq \{-1, 0\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & \square & -2 & 0 \\ 0 & 0 & \square & \square \end{array}\right) \Rightarrow$ Sist. Compatible Determinado

- Si $a=-1 \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & \square & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \Rightarrow$ SIST. INCOMPATIBLE
- Si $a=0 \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow$ SIST. COMPATIBLE INDETERMINADO

b) Sustituimos en el sistema escalonado obtenido en el apartado anterior el valor $a=0$.

$$A/A^* \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=0 \\ y=\lambda \\ z=0 \end{array}}$$

Ejercicio 2 (2 *puntos*)

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x)=\frac{4x-x^3}{3x+x^2}+4$$

a) Calcule el dominio de la función y obtenga el valor que hay que asignar a $f(x)$ en $x=0$ para que la función anterior sea continua en en este punto.

b) Obtenga las asíntotas de esta función en caso de que existan.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción A)

Solución.

$$f(x)=\frac{4x-x^3}{3x+x^2}+4=\frac{4x-x^3+(12x+4x^2)}{3x+x^2}=\frac{-x^3+4x^2+16x}{3x+x^2}$$

a) $3x+x^2=0 \implies x=\{-3,0\} \implies \mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{-3,0\}$
Para que $f(x)$ sea continua en $x=0 \implies \lim\limits_{x\to 0} f(x)=f(0)$

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{-x^3+4x^2+16x}{3x+x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{x}\cdot(-x^2+4x+16)}{\cancel{x}\cdot(3+x)}=\frac{16}{3}$$

Por tanto para que f(x) sea continua en $x=0$, $f(0)=\dfrac{16}{3}$

b) - `A. Vertical` Buscamos las A. verticales entre las raíces del denominador.

  - $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{-x^3+4x^2+16x}{3x+x^2}=\left[\dfrac{15}{0}\right]=\begin{cases}\lim\limits_{x\to -3^-} f(x)=\left[\dfrac{15}{0^-}\right]=-\infty \\ \lim\limits_{x\to -3^+} f(x)=\left[\dfrac{15}{0^+}\right]=+\infty\end{cases}$
  - $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-x^3+4x^2+16x}{3x+x^2}=\dfrac{16}{3} \implies \nexists$ A. V. en $x=0$.

- `A. Horizontal` $y = \lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{-x^3+4x^2+16x}{3x+x^2} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \mp\infty \Rightarrow \nexists$ A.H.
- `A. Oblicua` Será una recta de la forma: $y = mx+n$

$$m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{-x^3+4x^2+16x}{3x^2+x^3} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \frac{-1}{1} = -1$$

$$n = \lim_{x\to\pm\infty} [f(x)-mx] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{-x^3+4x^2+16x}{3x+x^2}+x\right]$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{-\cancel{x^3}+4x^2+16x+(3x^2+\cancel{x^3})}{3x+x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{7x^2+16x}{3x+x^2} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = 7$$

Luego $f(x)$ tiene asíntota oblicua en $y = -x+7$

Ejercicio 3 (2 *puntos*)

Se considera la función real de variable real

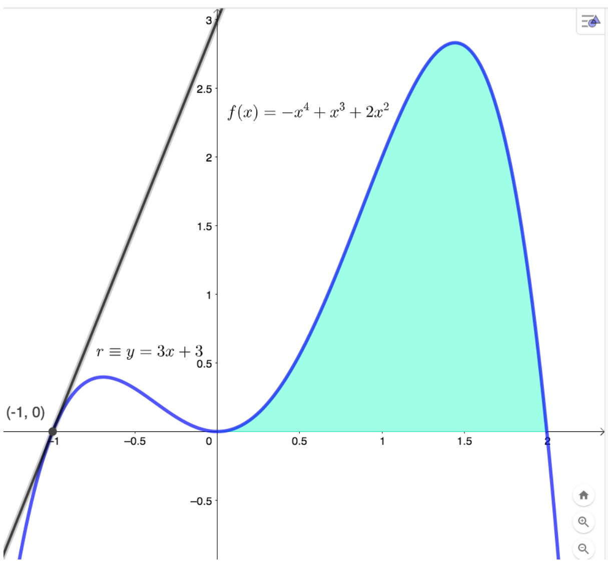
$$f(x) = -x^4+x^3+2x^2$$

a) *Determine la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = -1$.*

b) *Obtenga el área del recinto acotado delimitado por la función $f(x)$ y el eje de abscisas para valores de $x > 0$*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción A)

Solución.



a) $x_0 = -1 \implies y_0 = f(x_0) = 0$

$f'(x) = -4x^3+3x^2+4x$

$m_r = f'(x_0) = f'(-1) = 3$

$r \equiv y - y_0 = m_r \cdot (x - x_0)$
$y - 0 = 3(x+1)$

$\boxed{r \equiv y = 3x+3}$

b) Hallamos los puntos de corte de $f(x)$ con el eje OX

$$-x^4+x^3+2x^2 = -x^2\cdot(x^2-x-2) = 0 \implies \begin{cases} x = 0 \\ x^2-x-2 = 0 \implies x = \{-1, 2\} \end{cases}$$

Y teniendo en cuenta que nos piden el área para $x > 0$ queda definid0 un único recinto de integración $A_1 = (0, 2)$

$$A_1 = \int_0^2 f(x)\,dx = -\frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3}\Big]_0^2 = \left(-\frac{32}{5} + 4 + \frac{16}{3}\right) - 0 = \frac{44}{15}$$

$$Area = |A_1| = \frac{44}{15} = 2.93\ u^2$$

Ejercicio 4 (2 *puntos*)

Una asociación de senderismo ha programado tres excursiones para el mismo fin de semana. El 40 % de los socios irá al nacimiento del río Cuervo, el 35 % a las Hoces del río Duratón y el resto al Cañón del río Lobos. La probabilidad de lluvia en cada una de estas zonas se estima en 0.5, 0.6 y 0.45, respectivamente. Elegido un socio al azar:

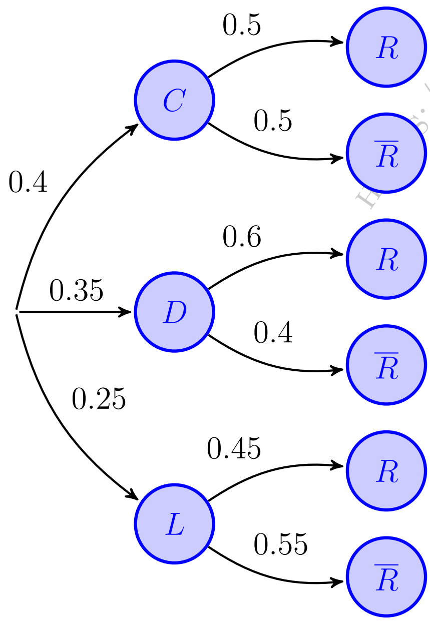
a) *Calcule la probabilidad de que en su excursión no llueva.*

b) *Si en la excursión realizada por este socio ha llovido, ¿cuál es la probabilidad de que este socio haya ido al nacimiento del río Cuervo?*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:



$C \equiv$ Senderismo en río Cuervo
$D \equiv$ Senderismo en río Duratón
$L \equiv$ Senderismo en río Lobos
$R \equiv$ Llueve durante la excursión

a) $P(\overline{R}) = P(C \cap \overline{R}) + P(D \cap \overline{R}) + P(L \cap \overline{R})$
$= P(C) \cdot P(\overline{R} \mid C) + P(D) \cdot P(\overline{R} \mid D)$
$+ P(L) \cdot P(\overline{R} \mid L) = 0.4 \cdot 0.5$
$+ 0.35 \cdot 0.4 + 0.25 \cdot 0.55 = 0.4775$

b) $$P(C \mid R) = \frac{P(C \cap R)}{P(R)} = \frac{P(C) \cdot P(R \mid C)}{1 - P(\overline{R})} = \frac{0.4 \cdot 0.5}{1 - 0.4775} = 0.3828$$

Ejercicio 5 (2 *puntos*)

La publicidad de una marca de bolígrafos afirma que escriben 2 km. Para realizar un control de calidad, se considera que la longitud de escritura de estos bolígrafos puede aproximarse por una variable aleatoria con distribución normal de media μ km y desviación típica 0.5 km.

a) Obtenga el número mínimo de bolígrafos que deberían seleccionarse en una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral, sea como mucho 0.05 km con un nivel de confianza del 95.44 %.

b) Si la longitud media de escritura, μ, es la anunciada en la publicidad, calcule la probabilidad de que, con una muestra de 16 bolígrafos elegidos al azar, se puedan escribir más de 30 km.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción A)

Solución.

a) $n =?$ & $X : \mathcal{N}(\mu, 0.5)$ & $E \leq 0.05$ & $1-\alpha = 0.9544$

$$1-\alpha = 0.9544 \Rightarrow \alpha = 0.0456 \Rightarrow {}^{\alpha}\!/_{2} = 0.0228 \Rightarrow 1 - {}^{\alpha}\!/_{2} = 0.9772 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.00$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 0.05 \implies n \geq \left(2 \cdot \frac{0.5}{0.05}\right)^2 = 400 \implies \boxed{n = 400 \text{ bolígrafos}}$$

b) $X : \mathcal{N}(2, 0.5) \xrightarrow{n=16} \overline{X} : \mathcal{N}(2, \dfrac{0.5}{\sqrt{16}} = 0.125)$

$$P\left(\overline{X} \geq \frac{30}{16}\right) = P(\overline{X} \geq 1.875) = P\left(Z \geq \frac{1.875-2}{0.125}\right) = P(Z \geq -1) = P(Z \leq 1) = 0.8413$$

2020 Junio - Ordinario
Opción B

Ejercicio 1 (2 *puntos*)

Se considera la matriz A dada por

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & m & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) *Calcule el valor del parámetro real m para que $A^2 - 5A = -4I$, siendo I la matriz identidad.*

b) *Para $m = 1$, indique si la matriz A es invertible y, en caso afirmativo, calcule su inversa.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción B)

Solución.

a)
$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & m & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & m & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & m+1 & 10 \\ 0 & m^2 & 0 \\ 5 & -m-1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 5A = \begin{pmatrix} 11 & m+1 & 10 \\ 0 & m^2 & 0 \\ 5 & -m-1 & 6 \end{pmatrix} - 5 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & m & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & m-4 & 0 \\ 0 & m^2-5m & 0 \\ 0 & -m+4 & -4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 5A = -4I \implies \begin{pmatrix} -4 & m-4 & 0 \\ 0 & m^2-5m & 0 \\ 0 & -m+4 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\implies \begin{cases} m - 4 = 0 \implies \boxed{m = 4} \\ m^2 - 5m = -4 \implies m = (\cancel{1}, 4) \\ -m + 4 = 0 \implies m = 4 \end{cases}$$

b) Para $m = 1 \implies A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \implies |A| = 4 \neq 0 \implies \exists A^{-1}$.

$$\text{Adj}A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -4 & 4 & 4 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \implies A^{-1} = \frac{1}{|A|}\text{Adj}A^{\top} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2 (2 *puntos*)

La región del plano S está definida por las siguientes expresiones:

$$x \geq 3 \quad \& \quad 0 \leq y \leq 15 \quad \& \quad y - 5 + \frac{x}{2} \geq 0 \quad \& \quad y - x \leq 10 \quad \& \quad y + 20 \geq 2x$$

a) *Determine las coordenadas de sus vértices y represente en el plano la región S.*

b) *Obtenga el valor máximo y el valor mínimo de la función $f(x, y) = x + y$ en esta región, indicando los puntos en los cuales se alcanzan estos valores.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción B)

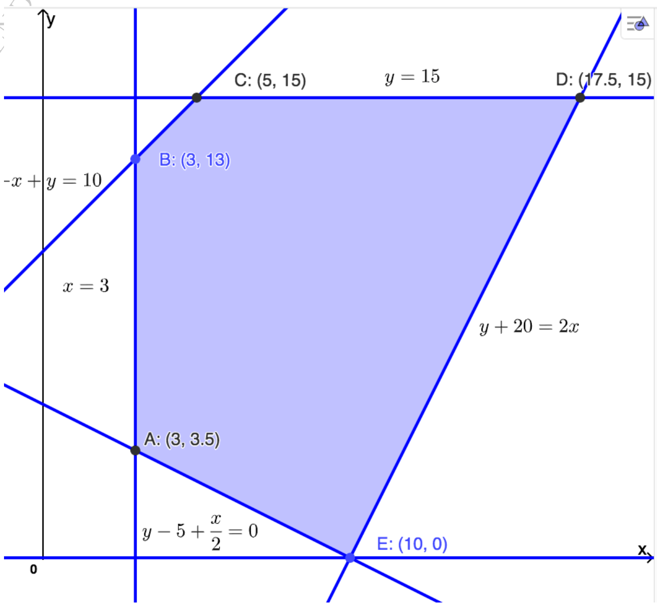
Solución.

- `Región Factible` Escribimos la región S y los puntos necesarios para su representación

$$S \equiv \begin{cases} (1)\ x \geq 3 & \rightarrow (3,0) \\ (2)\ 0 \leq y \leq 15 & \rightarrow (0,0) \quad \& \quad (0,15) \\ (3)\ y - 5 + \frac{x}{2} \geq 0 & \rightarrow (0,5) \quad \& \quad (10,0) \\ (4)\ y - x \leq 10 & \rightarrow (0,10) \quad \& \quad (5,15) \\ (5)\ y + 20 \geq 2x & \rightarrow (10,0) \quad \& \quad (15,10) \end{cases}$$

- `Función objetivo` $\quad f(x, y) = x + y$

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.



- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x, y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x,y)$
A	3	3.5	6.5
B	3	13	16
C	5	15	20
D	17.5	15	32.5
E	10	0	10

Por tanto $f(x)$ tiene un *mínimo* igual a 6.5 en $A(3, 3.5)$ y un *máximo* igual a 32.5 en $D(17.5, 15)$.

Ejercicio 3 (2 *puntos*)

Se considera la función real de variable real dada por la siguiente expresión:

$$f(x) = 3(x+k)e^{\frac{-x}{2}}$$

a) *Indique el dominio de la función y obtenga razonadamente el valor del parámetro real k para que la tangente a la función en el punto de abscisa $x = 1$ sea horizontal. Determine también la ecuación de la función en dicho punto.*

b) *Para $k = 1$ señale los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción B)

Solución.

a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

$f'(x) = 3\left[e^{\frac{-x}{2}} + (x+k)e^{\frac{-x}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)\right] = 3e^{\frac{-x}{2}} \cdot \left(1 - \frac{x}{2} - \frac{k}{2}\right)$

$m_r = f'(x_0) = f'(1) = 0 \implies 3e^{\frac{-1}{2}} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{k}{2}\right) = 0 \implies 3e^{\frac{-1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{k}{2}\right) = 0$

$\implies \frac{1}{2} - \frac{k}{2} = 0 \implies k = 1$

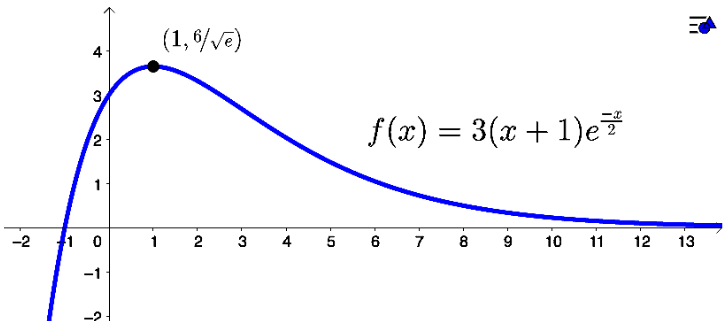
$f(1) = 3(1+1)e^{\frac{-1}{2}} = \frac{6}{\sqrt{e}}$

b) Para $k = 1 \implies f(x) = 3(x+1)e^{\frac{-x}{2}}$

$f'(x) = 0 \implies 3e^{\frac{-x}{2}} \cdot \left(1 - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}e^{\frac{-x}{2}} \cdot (1-x) = 0 \implies x = 1$

	$(-\infty, 1)$	$(1, +\infty)$
Signo $f'(x)$	$+$	-
$f(x)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$

La función $f(x)$ es *creciente* en $(-\infty, 1)$ y *decreciente* en $(1, +\infty)$, y tiene un *máximo relativo* en $(1, {}^{6}/\sqrt{e})$.



Ejercicio 4 (2 *puntos*)

Un estudio sobre la obsolescencia programada en una marca de electrodomésticos reveló que la Probabilidad de que un microondas se estropee durante el periodo de garantía es 0.02. *Esta probabilidad se eleva a* 0.05 *para hornos eléctricos y se sabe que estos sucesos son independientes. Cuando el microondas se ha estropeado en el periodo de garantía, la marca amplía ésta por dos años más. El* 40 % *de los clientes con garantía ampliada no conserva la factura de compra durante los dos años de ampliación.*

a) Un cliente compra un horno y un microondas de esta marca. Obtenga la probabilidad de que se estropee al menos uno de ellos durante el periodo de garantía.

b) Un cliente ha comprado un microondas. Calcule la probabilidad de que se le estropee durante el periodo de garantía y conserve la factura durante los dos años de ampliación.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos independientes

$M \equiv$ ”El microondas se estropea durante el periodo de garantía”
$H \equiv$ ”El horno eléctrico se estropea durante el periodo de garantía”
$G \equiv$ ”El cliente conserva la factura de compra”

Del enunciado tenemos:

$$P(M) = 0.02 \quad \& \quad P(H) = 0.05 \quad \& \quad \overbrace{P(M \cap H)}^{Independientes} = P(M) \cdot P(H) \quad \& \quad P(\overline{G} \mid M) = 0.4$$

a) $P(M \cup H) = P(M) + P(H) - P(M \cap H) = 0.02 + 0.05 - 0.02 \cdot 0.05 = 0.069$

b) $P(M \cap G) = P(M) \cdot P(G \mid M) = P(M) \cdot \left[1 - P(\overline{G} \mid M)\right] = 0.02 \cdot (1 - 0.4) = 0.012$

Ejercicio 5 (2 *puntos*)

Determinado modelo de lavadora tiene un programa de lavado con un consumo de agua que puede aproximarse por una variable aleatoria con distribución normal cuya desviación típica es de 7 litros.

a) En una muestra aleatoria simple de 10 lavadoras los consumos de agua en un lavado con este producto fueron los siguientes:

$$40 \quad 45 \quad 38 \quad 44 \quad 41 \quad 40 \quad 35 \quad 50 \quad 40 \quad 37$$

Construya el intervalo de confianza al 90 % para estimar el consumo medio de agua de este modelo de lavadoras con dicho programa de lavado.

b) A partir de una muestra de 64 lavadoras elegidas al azar, se obtuvo un intervalo de confianza para la media con una longitud de 5 litros. Obtenga el nivel de confianza utilizado para construir el intervalo.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción B)

Solución.

$X \equiv$ Consumo de agua (litros)

a) $X : \mathcal{N}(\mu, 0.7) \xrightarrow{n=10} \overline{x} = \dfrac{40+45+38+44+41+40+35+50+40+37}{10} = 41$

$$1-\alpha = 0.90 \implies \alpha = 0.10 \implies \alpha/2 = 0.05 \implies 1-\alpha/2 = 0.95 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.645$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \frac{7}{\sqrt{10}} = 3.64$$

$$I.C. = (\overline{x} - E, \overline{x} + E) = (37.36; 44.64)$$

b) $n = 64 \quad \& \quad 2E = 5 \implies E = 2.5$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{7}{\sqrt{64}} = 2.5 \implies z_{\alpha/2} = 2.857 \xrightarrow{Tabla} 1-\alpha/2 = 0.9979$$

$$1-\alpha/2 = 0.9979 \implies \alpha/2 = 0.0021 \implies \alpha = 0.0042 \implies 1-\alpha = 0.9958 \implies 99.58\,\%$$