# Matemáticas II
# Exámenes resueltos
# PAU y EVAU



# JUNIO 2017

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

22 de abril de 2020

# 2017

## Junio 2017

**Ejercicio 1 (3 *puntos*)**

*Dado el sistema de ecuaciones* $\begin{cases} 2x + ay + z = a \\ x - 4y + (a+1)z = 1 \\ 4y - az = 0 \end{cases}$ *, se pide:*

*a) Discutirlo en función de los valores del parámetro real a.*

*b) Resolverlo en el caso $a = 1$.*

*c) Resolverlo en el caso $a = 2$.*

*(Madrid - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción A )*



**Solución.**

MÉTODO DE ROUCHÉ

a) Escribimos el sistema en forma matricial y hallamos el determinante de la matriz de coeficientes $A$.

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & a & 1 & a \\ 1 & -4 & a+1 & 1 \\ 0 & 4 & -a & 0 \end{array}\right) \implies |A| = a^2 - 4 = 0 \implies a = \pm 2$$

- Si $a \neq \{-2, 2\}$ $|A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = \text{n}^{\text{o}}$ incóg. $\implies$ SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO (Solución única).

- Si $a = -2 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & -4 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -2 & 0 \end{array}\right)$

  $|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3$ y como $\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$

  $\begin{vmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix} = -16 \neq 0 \implies \text{ran}(A^*) = 3$

  $\text{ran}(A) = 2 \neq \text{ran}(A^*) = 3 \implies$ SISTEMA INCOMPATIBLE (No tiene solución)

- Si $a=2 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -2 & 0 \end{array}\right)$

  $|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3$ y como $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$

  $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 0 \implies \text{ran}(A^*) = 2$

  $\text{ran}(A) = 2 = \text{ran}(A^*) \neq \text{n}^{\text{o}}$ incógitas $= 3 \implies$ Sistema Compatible Indeterminado (Infinitas soluciones)

b) Resolvemos el sistema para $a=1$ por el método de Gauss, teniendo en cuenta que se trata de un S.C.D.

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{array}{c} F_1 \leftrightarrow F_2 \\ \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \ F_2 - 2F_1$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 9 & -3 & -1 \\ 0 & 4 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{array}{c} \\ \\ 9F_3 - 4F_2 \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 9 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} x - 4\cdot\frac{1}{3} + 2\cdot\frac{4}{3} = 1 \\ 9y - 3\cdot\frac{4}{3} = -1 \\ 3z = 4 \end{array} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x = -1/3 \\ y = 1/3 \\ z = 4/3 \end{array}}$$

c) Resolvemos el sistema para $a=2$ por el método de Gauss. Teniendo en cuenta que se trata de un S.C.I. resolvemos solo las filas correspondientes al menor de orden 2 distinto de cero encontrado en la discusión:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 3 & 1 \end{array}\right) \sim \begin{array}{c} F_1 \leftrightarrow F_2 \\ \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{array}\right) \sim \begin{array}{c} \\ F_2 - 2F_1 \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 3 & 1 \\ 0 & 10 & -5 & 0 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} x - 4\cdot\frac{\lambda}{2} + 3\lambda = 1 \\ 10y - 5\lambda = 0 \\ z = \lambda \end{array} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x = 1-\lambda \\ y = \lambda/2 \quad , \ \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda \end{array}}$$



## Método de Gauss

a) Escribimos el sistema en forma matricial intentando que los parámétros se sitúen lo más a la derecha y abajo posible, posteriormente aplicamos el método de Gauss al sistema.

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & a & 1 & a \\ 1 & -4 & a+1 & 1 \\ 0 & 4 & -a & 0 \end{array}\right) \sim \ 2F_2 - F_1 \ \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & a & 1 & a \\ 0 & -8-a & 2a+1 & 2-a \\ 0 & 4 & -a & 0 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{array}{c} \\ \\ (8+a)F_3 + 4F_2 \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & a & 1 & a \\ 0 & -8-a & 2a+1 & 2-a \\ 0 & 0 & -a^2+4 & 8-4a \end{array}\right) \Rightarrow a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a = \pm 2$$

- Si $a \neq \{-2, 2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & \square & \square \end{array}\right) \implies$ Sistema Compatible Determinado

- Si $a=-2 \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 16 \end{array}\right) \Longrightarrow$ Sistema Incompatible
- Si $a=2 \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Longrightarrow$ Sistema Compatible Indeterminado

b) Sustituimos el valor del parámetro $a=1$ en el sistema escalonado obtenido en el apartado a)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & a \\ 0 & -9 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow 2x+\frac{1}{3}+\frac{4}{3}=1 \\ \Rightarrow -9y+3\cdot\frac{4}{3}=1 \\ \Rightarrow 3z=4 \end{array} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x=-1/3 \\ y=1/3 \\ z=4/3 \end{array}}$$

c) Sustituimos el valor del parámetro $a=2$ en el sistema escalonado obtenido en el apartado a), teniendo en cuenta de que se trata de un S.C.I. por lo que solo escribiremos las dos primeras filas.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -10 & 5 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{r} \Rightarrow 2x+2\cdot\frac{\lambda}{2}+\lambda=2 \\ \Rightarrow -10y+5\lambda=0 \\ \Rightarrow z=\lambda \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x=1-\lambda \\ y=\lambda/2 \\ z=\lambda \end{array} \ , \ \lambda\in\mathbb{R}$$

$$\overset{t=2\lambda}{\Longrightarrow} \boxed{\begin{array}{l} x=2-2t \\ y=t \qquad , \ t\in\mathbb{R} \\ z=2t \end{array}}$$

---

**Ejercicio 2 (3 *puntos*)**

*Dados los puntos $P(1,-2,1)$, $Q(-4,0,1)$, $R(-3,1,2)$, $S(0.-3,0)$, se pide:*

*a) Hallar la ecuación del plano que contiene a $P$, $Q$ y $R$.*

*b) Estudiar la posición relativa de la recta $r$, que pasa por los puntos $P$ y $Q$, y la recta $s$, que pasa por $R$ y $S$.*

*c) Hallar el área del triángulo formado por los puntos $P$, $Q$ y $R$.*

*(Madrid - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción A )*

**Solución.**

a) Para hallar el plano $\pi$ que contiene los puntos $P$, $Q$ y $R$ obligamos a que el producto mixto $\left[\overrightarrow{PX},\overrightarrow{PQ},\overrightarrow{PR}\right]$ valga cero, siendo: $\overrightarrow{PQ}=(-5,2,0)$ y $\overrightarrow{PR}=(-4,3,1)$.

$$\pi\equiv\left[\overrightarrow{PX},\overrightarrow{PQ},\overrightarrow{PR}\right]=0 \Longrightarrow \begin{vmatrix} x-1 & y+2 & z-1 \\ -5 & 2 & 0 \\ -4 & 3 & 1 \end{vmatrix}=0$$

$$\Longrightarrow 2\cdot(x-1)+5\cdot(y+2)-7\cdot(z-1)=0 \Longrightarrow \boxed{\pi\equiv 2x+5y-7z+15=0}$$

b) Sean las rectas: $r \equiv \begin{cases} P(1,-2,1) \\ \vec{d_r} = \overrightarrow{PQ} = (-5,2,0) \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} R(-3,1,2) \\ \vec{d_s} = \overrightarrow{RS} = (3,-4,-2) \end{cases}$

Como $\vec{d_r} \nparallel \vec{d_s}$ las rectas se cortan en un plano o se cruzan en el espacio. Para determinarlo sacamos el vector que une un punto de cada recta $\overrightarrow{PR} = (-4,3,1)$ y hallamos el producto mixto:

$$\left[\overrightarrow{PR}, \vec{d_r}, \vec{d_s}\right] = \begin{vmatrix} -4 & 3 & 1 \\ -5 & 2 & 0 \\ 3 & -4 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Longrightarrow r \text{ y } s \text{ se cortan}$$

c) Hallamos el área $\overset{\triangle}{PQR}$

$$Area_{\triangle} = \frac{1}{2} \cdot \left|\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR}\right| = \frac{1}{2} \cdot \left\| \begin{matrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -5 & 2 & 0 \\ -4 & 3 & 1 \end{matrix} \right\| = \frac{1}{2} \cdot |(2,5,-7)| = \frac{\sqrt{78}}{2}\ u^2$$

---

**Ejercicio 3 (2 *puntos*)**

*Se administra una medicina a un enfermo y $t$ horas después la concentración en sangre del principio activo viene dada por $c(t) = te^{-t/2}$ miligramos por mililitro. Determine el valor máximo de $c(t)$ e indique en qué momento se alcanza dicho valor máximo. Sabiendo que la máxima concentración sin peligro es de 1 mg/ml, señale si en algún momento hay riesgo para el paciente.*

*(Madrid - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción A )*



**Solución.**

$$c(t) = te^{-t/2} \Longrightarrow c'(t) = e^{-t/2} - \frac{t}{2}e^{-t/2} = \left(1 - \frac{t}{2}\right) \cdot e^{-t/2} = 0 \Longrightarrow t = 2$$

$$c''(t) = -\frac{1}{2}e^{-t/2} - \left(1 - \frac{t}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}e^{-t/2} = \left(-1 + \frac{t}{4}\right) \cdot e^{-t/2}$$

$$c''(2) = -\frac{1}{2e} < 0 \overset{(\cap)}{\Longrightarrow} \text{ Hay un máximo en } (2, c(2)) = (2, {}^2/_e)$$

Como en el máximo la concentración es $\frac{2}{e} = 0.736 < 1$ el paciente estará en riesgo pues su concentración es menor que la concentración máxima admisible.

---

**Ejercicio 4 (2 *puntos*)**

> *Dada la función* $f(x) = \dfrac{x^2+x+6}{x-2}$, *se pide:*
>
> *a) Determinar su dominio y asíntotas verticales.*
>
> *b) Calcular* $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}$.
>
> *c) Calcular* $\displaystyle\int_3^5 f(x)\,dx$.
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción A )*

**Solución.**

a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$

Asíntota vertical

$$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} \frac{x^2+x+6}{x-2} = \left[\frac{12}{0}\right] = \begin{cases} \displaystyle\lim_{x\to 2^-} f(x) = \frac{12}{0^-} = -\infty \\ \displaystyle\lim_{x\to 2^+} f(x) = \frac{12}{0^+} = +\infty \end{cases}$$

b) $$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x+6}{x^2-2x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \frac{1}{1} = 1$$

c) $$\int_3^5 f(x)\,dx = \int_3^5 \frac{x^2+x+6}{x-2}\,dx = \int_3^5 \left(x+3+\frac{12}{x-2}\right)dx$$

$$= \frac{x^2}{2} + 3x + 12\cdot \ln|x-2| \Big]_3^5 = \left(\frac{5^2}{2} + 3\cdot 5 + 12\cdot\ln|5-2|\right)$$

$$-\left(\frac{3^2}{2} + 3\cdot 3 + 12\cdot \cancelto{0}{\ln|3-2|}\right) = \left(\frac{55}{2} + 12\cdot\ln 3\right) - \left(\frac{27}{2}\right)$$

$$= 14 + 12\cdot\ln 3 \simeq 27.13$$

# Junio 2017
## Opción B

**Ejercicio 1 (3 *puntos*)**

*Dadas las funciones* $f(x) = \dfrac{2}{x}$ *y* $g(x) = \operatorname{sen} x$*, se pide:*

a) *Calcular* $\lim\limits_{x\to 0}\left(f(x) - \dfrac{2}{g(x)}\right)$.

b) *Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva* $y = f(x)$ *en el punto* $(1/2, 4)$.

c) *Calcular el área delimitada por la curva* $y = f(x)$ *y la recta* $y = -x + 3$.

*(Madrid - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción B )*

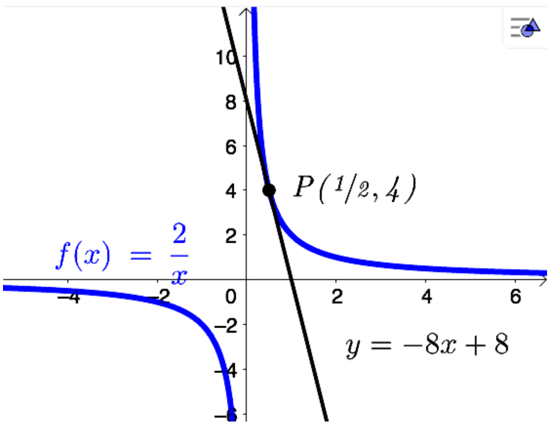
**Solución.**

a) $$\lim_{x\to 0}\left(f(x) - \frac{2}{g(x)}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{2}{x} - \frac{2}{\operatorname{sen} x}\right) = [\infty - \infty] = \lim_{x\to 0}\left(\frac{2\operatorname{sen} x - 2x}{x\operatorname{sen} x}\right) = \left[\frac{0}{0}\right]$$
$$\overset{\text{L'Hôpital}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{2\cos x - 2}{\operatorname{sen} x + x\cos x} = \left[\frac{0}{0}\right]$$
$$\overset{\text{L'Hôpital}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{-2\operatorname{sen} x}{2\cos x - x\operatorname{sen} x} = \frac{0}{2} = 0$$



b) Recta tangente a la curva $y = \dfrac{2}{x}$ en el punto $(1/2, 4)$.

$$(x_0, y_0) = (1/2, 4)$$
$$f'(x) = -\frac{2}{x^2}$$
$$m_r = f'(x_0) = f'(1/2) = -8$$
$$r \equiv y - y_0 = m_r \cdot (x - x_0)$$
$$y - 4 = -8 \cdot (x - \frac{1}{2})$$
$$\boxed{r \equiv y = -8x + 8}$$




c) Sean las funciones $f(x) = \dfrac{2}{x}$ & $g(x) = -x + 3$, definimos una nueva función:

$$h(x) = f(x) - g(x) = \frac{2}{x} - (-x + 3) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x}$$

Y hallamos el área comprendida entre esta función y el eje de abscisas, para lo cual hallamos los puntos de corte con el eje $OX$.

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x} = 0 \implies x^2 - 3x + 2 = 0 \implies x = \{1, 2\}$$

que define un único recinto de integración $A_1 = (1, 2)$

$$A_1 = \int_1^2 f(x)\, dx = \int_1^2 \frac{x^2 - 3x + 2}{x}\, dx = \int_1^2 \left(x - 3 + \frac{2}{x}\right) dx$$
$$= \frac{x^2}{2} - 3x + 2\ln|x| \Big]_1^2 = (2 - 6 + 2\ln 2) - \left(\frac{1}{2} - 3 + \cancel{2\ln 1}^{\,0}\right) = -\frac{3}{2} + 2\ln 2$$
$$Area = |A_1| = \left|-\frac{3}{2} + 2\ln 2\right| = \frac{3}{2} - 2\ln 2 \simeq 0.144\ u^2$$

---

**Ejercicio 2 (3 *puntos*)**

*Dadas las matrices:*

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix},\ J = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*a) Determinar la matriz $P^{-1}$, inversa de la matriz $P$.*

*b) Determinar la matriz $B^{-1}$, inversa de la matriz $B = P^{-1}J^{-1}$.*

*c) Calcular el determinante de la matriz $A^2$, siendo $A = PJP^{-1}$.*

*(Madrid - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción B )*

**Solución.**

a) El determinante de $P$ es $|P| = 4 + 8 + 9 - (4 + 12 + 6) = -1$.
Hallamos $P^{-1}$ por el método de los adjuntos.

$$\text{Adj } P = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 5 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$P^{-1} = \frac{1}{|P|}\text{Adj } P^{\top} = \frac{1}{-1} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & -1 \\ -5 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Nota: Para hacer la comprobación tendríamos que ver si $P^{-1} \cdot P = I = P \cdot P^{-1}$

b) Sea la matriz $B = P^{-1}J^{-1}$, entonces:

$$B^{-1} = \left(J^{-1}\right)^{-1} \cdot \left(P^{-1}\right)^{-1} = JP = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 6 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

c) $A = PJP^{-1} \implies A^2 = PJ\underbrace{P^{-1} \cdot P}_{I}JP^{-1} = PJ^2P^{-1}$

$$\left|A^2\right| = \left|PJ^2P^{-1}\right| = |P| \cdot \left|J^2\right| \cdot \left|P^{-1}\right| = \cancel{|P|} \cdot |J|^2 \cdot \frac{1}{\cancel{|P|}} = (-1 \cdot 2 \cdot 1)^2 = (-2)^2 = 4$$

---

**Ejercicio 3 (2 *puntos*)**

*a) Determine la distancia entre las rectas*

$$r_1 \equiv x = y = z \quad \& \quad r_2 \equiv \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$$

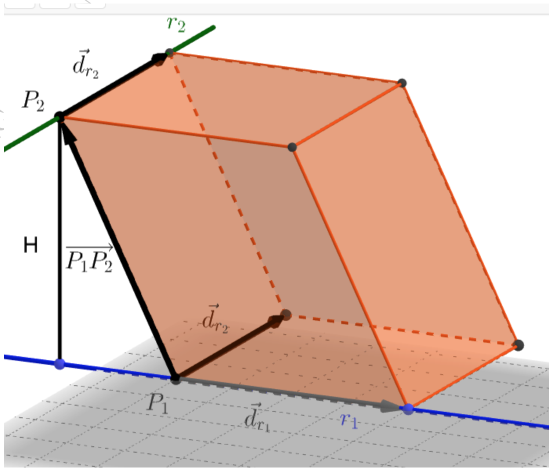
*b) Obtenga el punto de corte de la recta $s \equiv x = 2 - y = z - 1$ con el plano perpendicular a $s$, que pasa por el origen.*

*(Madrid - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción B )*

**Solución.**

$$r_1 \equiv \begin{cases} P_1(0,0,0) \\ \vec{d}_{r_1} = (1,1,1) \end{cases} \qquad \& \quad r_2 \equiv \begin{cases} y = 1 - x \\ z = 1 + x \end{cases} \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases} \equiv \begin{cases} P_2(0,1,1) \\ \vec{d}_{r_2} = (1,-1,1) \end{cases}$$

a) Para calcular la distancia entre dos rectas que se cruzan hallaremos la altura del paralelepípedo formado por los vectores directores de ambas rectas y el vector $\overrightarrow{P_1, P_2} = (0,1,1)$.




$$Vol_{paralel.} = A_{base} \cdot H \implies H = \frac{Vol}{A_{base}}$$

Como el volumen del paralelepípedo es $\left|\left[\vec{d}_{r_1}, \vec{d}_{r_2}, \overrightarrow{P_1P_2}\right]\right|$ y el área de la base es $\left|\vec{d}_{r_1} \times \vec{d}_{r_2}\right|$ tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} \left|\left[\vec{d}_{r_1}, \vec{d}_{r_2}, \overrightarrow{P_1P_2}\right]\right| = \left\| \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{matrix} \right\| = 2 \\ \left|\vec{d}_{r_1} \times \vec{d}_{r_2}\right| \left\| \begin{matrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{matrix} \right\| = |(2,0,-2)| = 2\sqrt{2} \end{array}\right\} \implies d(r_1, r_2) = H = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\ u$$

b) Hallamos el punto $P$ de corte de la recta $s$ con el plano $\pi$, perpendicular a $r$ y que pasa por el origen de coordenadas

$$s \equiv x = 2 - y = z - 1 \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases} \quad \& \, \pi \equiv \begin{cases} O(0,0,0) \\ \vec{n}_\pi = \vec{d}_s = (1,-1,1) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv x - y + z = 0$$

$$\lambda - (2 - \lambda) + (1 + \lambda) = 0 \implies 3\lambda - 1 = 0 \implies \lambda = \frac{1}{3} \implies \boxed{P = (1/3, 5/3, 4/3)}$$

**Ejercicio 4 (2 *puntos*)**

*El 40 % de los sábados Marta va al cine, el 30 % va de compras y el 30 % restante juega a videojuegos. Cuando va al cine, el 60 % de las veces lo hace con sus compañeros de baloncesto. Lo mismo le ocurre el 20 % de las veces que va de compras, y el 80 % de las veces que juega a videojuegos. Se pide:*

*a) Hallar la probabilidad de que el próximo sábado Marta no quede con sus compañeros de baloncesto.*

*b) Si se sabe que Marta ha quedado con los compañeros de baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que vayan al cine?*

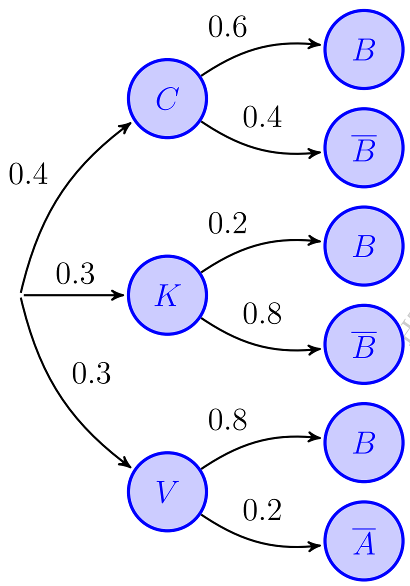
*(Madrid - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción B )*

**Solución.**

Sean los sucesos:

$$C \equiv \text{"Marta va al cine"}$$
$$K \equiv \text{"Marta va de compras"}$$
$$V \equiv \text{"Marta juega videojuegos"}$$
$$B \equiv \text{"Marta va con sus compañeros de baloncesto"}$$






a) $P(\overline{B}) = P(C \cap \overline{B}) + P(K \cap \overline{B}) + P(V \cap \overline{B})$
$= P(C) \cdot P(\overline{B} \mid C) + P(K) \cdot P(\overline{B} \mid K)$
$+ P(V) \cdot P(\overline{B} \mid V) = 0.4 \cdot 0.4$
$+ 0.3 \cdot 0.8 + 0.3 \cdot 0.2 = 0.46$

b) $$P(C \mid B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)} = \frac{P(C) \cdot P(B \mid C)}{1 - P(\overline{B})}$$
$$= \frac{0.4 \cdot 0.6}{1 - 0.46} = 0.44$$