Ejercicio 3 (2 puntos)

Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$$

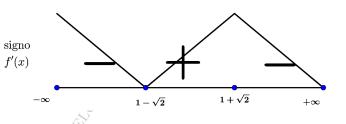
- a) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- b) Calcúlense sus máximos y mínimos locales, si los tuviese.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2019 - Opción B)

Solución.

a) Para estudiar la monotonía de la función hallamos los puntos singulares y el signo de f'(x).

$$f'(x) = \frac{x^2 + 1 - (x - 1) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2}$$
$$= \frac{-x^2 + 2x + 1}{(x^2 + 1)^2} = 0$$
$$\implies x = 1 \pm \sqrt{2}$$



1

Luego la función f(x) es decreciente en $(-\infty, 1-\sqrt{2}) \cup (1+\sqrt{2}, +\infty)$ y creciente en $(1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$.

b) La función f(x) tiene un mínimo local en $\left(1-\sqrt{2},-\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ y un máximo local en $\left(1+\sqrt{2},-\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.