

### Ejercicio 3 (2 puntos)

Dados el punto  $A(2, 1, 0)$  y el plano  $\pi \equiv 2x + 3y + 4z = 36$ , se pide:

- Determinar la distancia del punto  $A$  al plano  $\pi$ .
- Hallar las coordenadas del punto del plano  $\pi$  más próximo al punto  $A$ .
- Hallar el punto simétrico de  $A$  respecto al plano  $\pi$ .

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2019 - Opción B )

Solución.

a)  $d(A, \pi) = \frac{|2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 - 36|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}} = \frac{|-29|}{\sqrt{29}} = \sqrt{29} \text{ u}$

b) Piden hallar  $B \in \pi$  de forma que  $d(A, B)_{min} = \sqrt{29}$ , es decir,  $B \in r \mid r \perp \pi \& A \in r$ .

$$r \equiv \begin{cases} A(2, 1, 0) \\ \vec{d}_r = \vec{n}_\pi = (2, 3, 4) \end{cases} \equiv \begin{cases} x = 2 + 2\lambda \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 4\lambda \end{cases} \Rightarrow B(2 + 2\lambda, 1 + 3\lambda, 4\lambda)$$

$$d(A, B) = |(2\lambda, 3\lambda, 4\lambda)| = \sqrt{(2\lambda)^2 + (3\lambda)^2 + (4\lambda)^2} = \sqrt{29\lambda^2} = \sqrt{29} \Rightarrow \lambda = \pm 1$$

- Si  $\lambda = -1 \Rightarrow B(0, -2, -4) \Rightarrow 2 \cdot 0 + 3 \cdot (-2) + 4 \cdot (-4) = -22 \neq 36 \notin \pi$
- Si  $\lambda = 1 \Rightarrow B(4, 4, 4) \Rightarrow 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 4 = 36 \checkmark$

por tanto el punto buscado es:

$$\boxed{B(4, 4, 4)}$$

Otra opción habría sido hallar  $r \perp \pi \& r \in A$  y luego hallar el punto  $B = r \cap \pi$

- c) El punto  $A'(a, b, c)$ , simétrico de  $A$  respecto al plano  $\pi$ , es tal que  $B$  es el punto medio de  $A$  y  $A'$

$$B = \frac{1}{2}(A + A') \Rightarrow A' = 2B - A = 2(4, 4, 4) - (2, 1, 0) \Rightarrow \boxed{A'(6, 7, 8)}$$

\_\_\_\_\_ o \_\_\_\_\_