

## Ejercicio 2 (2 puntos)

Considérese la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{si } x < -1 \\ e^{2x+2} & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

- a) *Determinése el valor del parámetro  $a \in \mathbb{R}$  para el cual  $f(x)$  es una función continua en  $x = -1$ .*
- b) *Hállese el área de la región limitada por el eje de abscisas, las rectas  $x = 0$  y  $x = 1$  y la gráfica de  $f(x)$ .*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2019 - Opción B)

### Solución.

- a) Estudiamos la continuidad de  $f(x)$  en  $x = -1$

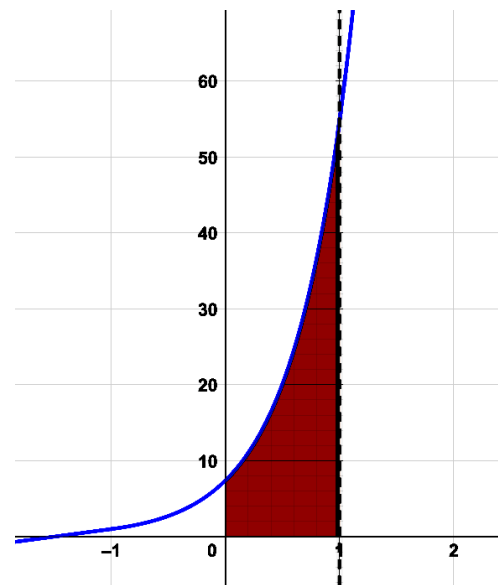
$$\left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} 2x + a = a - 2 \\ \bullet \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} e^{2x+2} = 1 \\ \bullet f(-1) = e^{2 \cdot (-1) + 2} = e^0 = 1 \end{array} \right\} \implies a - 2 = 1 \implies \boxed{a = 3}$$

- b) Entre las rectas  $x = 0$  y  $x = 1$ , la función  $f(x) = e^{2x-2}$ . Calculamos los puntos de corte de la función con el eje de abscisas:

$$y = 0 \implies e^{2x-2} = 0 \implies \nexists \text{ puntos de corte con eje X}$$

Por tanto se define un único intervalo de integración  $A_1 = (0, 1)$

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 e^{2x+2} dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 2e^{2x+2} dx = \frac{1}{2} e^{2x+2} \Big|_0^1 \\ &= \frac{e^2}{2} (e^2 - 1) \\ \text{Area} &= |A_1| = \left| \frac{e^2}{2} (e^2 - 1) \right| \\ &= \frac{e^2}{2} (e^2 - 1) \approx 23,6 \end{aligned}$$



\_\_\_\_\_ o \_\_\_\_\_