Ejercicio 5 (2 *puntos*)

Una plataforma de televisión quiere lanzar un nuevo paquete de contenidos de pago. Por ello desea estimar la proporción de clientes, P, que estarían dispuestos a contratarlo.

a) *Asumiendo que la proporción poblacional es $P = 0.5$, Determínese el tamaño mínimo necesario de una muestra de individuos para garantizar que, con una confianza del 95 %, el margen de error en la estimación no supere el 2 % (±2 %).*

b) *Se tomó una muestra aleatoria simple de 500 clientes de los cuales 85 afirmaron que contratarían el paquete. Obténgase un intervalo de confianza del 90 % para la proporción de individuos que estarían dispuestos a contratar el paquete.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2019 - Opción A)

Solución.

Hay que darse cuenta de que estamos manejando proporciones, por lo que la fórmula del intervalo de confianza es la siguiente:

$$I.C. = \hat{p} \pm \varepsilon, \text{ siendo el error } \varepsilon = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

a) Hallar el mínimo n de tal forma que $\varepsilon \leq 0.02$, siendo $1-\alpha = 0.95$

$$1-\alpha = 0.95 \implies \alpha = 0.05 \implies \alpha/2 = 0.025 \implies 1-\alpha/2 = 0.975 \xRightarrow{Tablaa} z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$\varepsilon \leq 0.02 \implies z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}} \leq 0.02 \implies 1.96\sqrt{\frac{0.5\cdot 0.5}{n}} \leq 0.02$$

$$\implies n \geq \left(\frac{1.96\cdot 0.5}{0.02}\right)^2 = 2401 \text{ y por tanto } \boxed{n = 2401 \text{ encuestados}}$$

b)

$$\hat{p} = \frac{85}{500} = 0.17 \implies \hat{q} = 1-\hat{p} = 0.83$$

$$1-\alpha = 0.9 \implies \alpha = 0.10 \implies \alpha/2 = 0.05 \implies 1-\alpha/2 = 0.95 \xRightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.645$$

$$I.C. = \hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}} = 0.17 \pm 1.645\sqrt{\frac{0.17\cdot 0.83}{500}} \implies \boxed{I.C = (0.1424; 0.1976)}$$