

Ejercicio 3 (2 puntos)

La derivada de una función real de variable real, $f(x)$, viene dada por la expresión:

$$f'(x) = 2x^2 - 4x - 6$$

- a) Obténgase la expresión de la función $f(x)$ sabiendo que pasa por el punto $(0, 3)$.
- b) Determinénse los extremos relativos de la función $f(x)$ indicando si corresponden a máximos o mínimos relativos y estúdiense la concavidad y convexidad de esta función.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2019 - Opción A)

Solución.

a) $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2x^2 - 4x - 6) dx = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 6x + k$

$$(0, 3) \in f(x) \implies f(0) = 3 \implies k = 3 \implies f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 6x + 3$$

- b) Hallamos los puntos singulares

$$f'(x) = 2x^2 - 4x - 6 = 0 \implies x = -1 \text{ y } x = 3$$

$$f''(x) = 4x - 4 \implies \begin{cases} f''(-1) = -8 < 0 \Rightarrow (\cap) \Rightarrow \text{Máximo en } (-1, 19/3) \\ f''(3) = 8 > 0 \Rightarrow (\cup) \Rightarrow \text{Mínimo en } (3, -15) \end{cases}$$

$$f''(x) = 4x - 4 = 0 \xrightarrow{P.I.} x = 1 \implies \begin{cases} \text{Si } x < 1 \Rightarrow f''(x) < 0 \xrightarrow{(\cap)} \text{Cóncava} \\ \text{Si } x > 1 \Rightarrow f''(x) > 0 \xrightarrow{(\cup)} \text{Convexa} \end{cases}$$

_____ o _____