

## Ejercicio 2 (2.5 puntos)

a) Sean  $f$  y  $g$  dos funciones derivables de las que se conocen los siguientes datos:

$$f(1) = 1 \quad \& \quad f'(1) = 2 \quad \& \quad g(1) = 3 \quad \& \quad g'(1) = 4$$

Dada  $h(x) = f((x+1)^2)$ , use la regla de la cadena para calcular  $h'(0)$ . Dada  $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ , calcule  $k'(1)$ .

b) Calcule la integral  $\int (\sin x)^4 (\cos x)^3 dx$ . (Se puede usar el cambio de variables  $t = \sin x$ ).

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2019 - Opción A )

**Solución.**

$$h(x) = f((x+1)^2) \implies h'(x) = f'((x+1)^2) \cdot 2 \cdot (x+1)$$

a) 
$$h'(0) = f'(1) \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$k(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \implies k'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$k'(1) = \frac{f'(1) \cdot g(1) - f(1) \cdot g'(1)}{g^2(1)} = \frac{2 \cdot 3 - 1 \cdot 4}{3^2} = \frac{2}{9}$$

b) 
$$\int (\sin x)^4 (\cos x)^3 dx = \left\{ \begin{array}{l} t = \sin x \implies \cos^2 x = 1 - t^2 \\ dt = \cos x dx \implies dx = \frac{1}{\cos x} dt \end{array} \right\}$$

$$= \int \underbrace{t^4}_{\sin^4 x} \cdot \underbrace{(1-t^2)}_{\cos^2 x} \cdot \cancel{\cos x} \cdot \underbrace{\frac{1}{\cos x}}_{dx} dt$$
$$= \int (t^4 - t^6) dt = \frac{t^5}{5} - \frac{t^7}{7} + C = \frac{1}{5} \sin^5 x - \frac{1}{7} \sin^7 x + C$$

\_\_\_\_\_ o \_\_\_\_\_