

Ejercicio 1 (2.5 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + my = 1 \\ -2x - (m + 1)y + z = -1 \\ x + (2m - 1)y + (m + 2)z = 2 + 2m \end{cases}$$

se pide:

- Discutir el sistema en función del parámetro m .
- Resolver el sistema en el caso $m = 0$.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2018 - Opción A)

Solución.

- a) Escribimos el sistema en forma matricial y hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A .

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & m & 0 & 1 \\ -2 & -(m+1) & 1 & -1 \\ 1 & 2m-1 & m+2 & 2+2m \end{array} \right) \Rightarrow |A| = m^2 - 1 = 0 \Rightarrow m = \pm 1$$

- Si $m \neq \{-1, 1\}$ $|A| \neq 0 \Rightarrow \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = n^\circ \text{ incóg.} \Rightarrow$ SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO (Solución única).

- Si $m = -1 \Rightarrow A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 & 0 \end{array} \right)$

$$|A| = 0 \Rightarrow \text{ran}(A) < 3 \text{ y como } \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \text{ran}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 4 \neq 0 \Rightarrow \text{ran}(A^*) = 3$$

$\text{ran}(A) = 2 \neq \text{ran}(A^*) = 3 \Rightarrow$ SISTEMA INCOMPATIBLE (No tiene solución)

- Si $m = 1 \Rightarrow A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{array} \right)$

$$|A| = 0 \Rightarrow \text{ran}(A) < 3 \text{ y como } \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \text{ran}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \text{ran}(A^*) = 2$$

$\text{ran}(A) = 2 = \text{ran}(A^*) \neq n^\circ \text{ incóg.} \Rightarrow$ SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO (Infinitas soluciones)

- b) Resolvemos el sistema para $m = 0$ por el método de Gauss. Como $m \neq \{-1, 1\}$

estamos ante un S.C.D.

$$\begin{aligned} A/A^* &= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \end{array} \right) \sim \begin{array}{l} F_2 + 2F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right) \sim F_3 - F_2 \\ &\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{array}{l} x = 1 \\ -y + 0 = 1 \\ z = 0 \end{array} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 0 \end{array}} \end{aligned}$$

————— o —————

[HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM](https://aprendeconmigomelon.com)