

Ejercicio 3 (2 puntos)

Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = 1 - \lambda \end{cases}$ & $s \equiv \begin{cases} x - y = 2 \\ y + z = 1 \end{cases}$, se pide:

- Determinar la posición relativa de r y s .
- Obtener un plano que contenga a las dos rectas.
- Dado el punto $A(3, 1, 0)$, de la recta s , obtener un punto B , de la recta r , de modo que el vector $\overrightarrow{AB}$ sea perpendicular a la recta r .

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2019 - Opción B)

Solución.

$$r \equiv \begin{cases} P(2, 3, 1) \\ \vec{d}_r = (1, 1, -1) \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} Q(2, 0, 1) \\ \vec{d}_s = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1, -1, 1) \end{cases} \quad \overrightarrow{PQ} = (0, -3, 0)$$

$$a) [\overrightarrow{PQ}, \vec{d}_r, \vec{d}_s] = \begin{vmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ \& } \text{ran}[\overrightarrow{PQ}, \vec{d}_r] = 2 \text{ \& } \text{ran}[\vec{d}_r, \vec{d}_s] = 1$$

Las rectas r y s son paralelas.

$$b) \pi \equiv \begin{cases} P(2, 3, 1) \\ \vec{d}_r = (1, 1, -1) \\ \overrightarrow{PQ} = (0, -3, 0) \end{cases} \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z-1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 0 \implies \boxed{\pi \equiv x + z - 3 = 0}$$

$$c) \begin{cases} A(3, 1, 0) \\ B(2 + \lambda, 3 + \lambda, 1 - \lambda) \end{cases} . \text{ Si } \overrightarrow{AB} = (-1 + \lambda, 2 + \lambda, 1 - \lambda) \perp \vec{d}_r \implies \overrightarrow{AB} \cdot \vec{d}_r = 0$$

$$-1 + \lambda + 2 + \lambda - 1 + \lambda = 0 \implies \lambda = 0 \implies B(2, 3, 1)$$

_____ o _____