

Ejercicio 2 (2 puntos)

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 10 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

y la matriz B es tal que

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

a) Calcúlese A^{-1} .

b) Calcúlese B^{-1} .

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2019 - Opción B)

Solución.

a) Hallamos la matriz A^{-1} por el método de los adjuntos.

$$|A| = 18 + 64 + 60 - (40 + 96 + 18) = -12 \quad \& \quad \text{Adj } A = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 \\ -18 & -22 & 23 \\ 6 & 14 & -13 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj } A^T = -\frac{1}{12} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -18 & 6 \\ -4 & -22 & 14 \\ 2 & 23 & -13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3/2 & -1/2 \\ 1/3 & 11/6 & -7/6 \\ -1/6 & -23/12 & 13/12 \end{pmatrix}$$

Nota: Para hacer la comprobación tendríamos que ver si $A^{-1} \cdot A = I$

b) Si llamamos $C = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}$

$$(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1} = \frac{1}{2} \cdot C \implies B^{-1} \cdot \underbrace{A^{-1}A}_I = \frac{1}{2} \cdot CA \implies B^{-1} = \frac{1}{2} \cdot CA$$

$$B^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 8 & 10 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \\ -12 & 4 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ -6 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

_____ o _____