UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso **2017-2018**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.
Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 14 & 0 & 10 \\ 0 & 7 & 5 \\ 3 & 4 & 5\alpha \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 37/2 \\ 11 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1.25 puntos) Discutir el rango de la matriz A, en función de los valores del parámetro α.
b) (0.75 puntos) Para $\alpha = 0$, calcular, si es posible, A^{-1}.
c) (0.5 puntos) Resolver, si es posible, el sistema $AX = B$, en el caso $\alpha = 1$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 8e^{2x-4} & \text{si} \quad x \leq 2 \\ \dfrac{x^3 - 4x}{x - 2} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$ y se pide:

a) (0.75 puntos) Estudiar la continuidad de f en $x = 2$.
b) (1 punto) Calcular las asíntotas horizontales de $f(x)$. ¿Hay alguna asíntota vertical?
c) (0.75 puntos) Calcular $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx$.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Se consideran los vectores $\vec{u} = (-1, 2, 3)$, $\vec{v} = (2, 0, -1)$ y el punto $A(-4, 4, 7)$. Se pide:

a) (1 punto) Determinar un vector $\vec{w_1}$ que sea ortogonal a $\vec{u}$ y $\vec{v}$, unitario y con tercera coordenada negativa.
b) (0.75 puntos) Hallar un vector no nulo $\vec{w_2}$ que sea combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$ y ortogonal a $\vec{v}$.
c) (0.75 puntos) Determinar los vértices del paralelogramo cuyos lados tienen las direcciones de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ y una de sus diagonales es el segmento $\overrightarrow{OA}$.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Según los datos de la Fundación para la Diabetes, el 13.8% de los españoles mayores de 18 años tiene diabetes, aunque el 43% de ellos no sabe que la tiene. Se elige al azar un español mayor de 18 años.

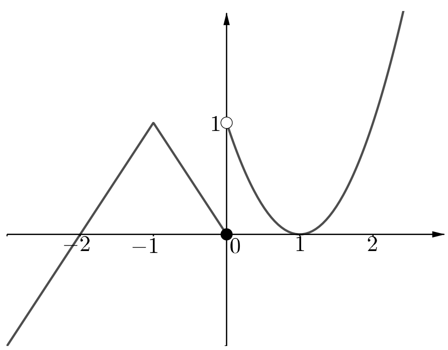
a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que sea diabético y lo sepa?, ¿cuál la de que no sea diabético o no sepa que lo es?
b) (1.5 puntos) Cierto test diagnostica correctamente el 96% de los casos positivos de diabetes, pero da un 2% de falsos positivos. Si un español mayor de 18 años da positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que realmente sea diabético?

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Un grupo de estudiantes ha realizado un viaje por tres países (Francia, Alemania y Suiza). En los hoteles cada estudiante ha pagado: 20 euros diarios en Francia, 25 euros diarios en Alemania y 30 euros diarios en Suiza. En comidas cada uno ha gastado: 20 euros diarios en Francia, 15 euros diarios en Alemania y 25 euros diarios en Suiza. Además, el transportista les ha cobrado 8 euros diarios a cada uno. Sabiendo que el gasto total del viaje ha sido 765 euros por persona, que ha durado 15 días y que han estado en Francia el doble de días que en Suiza, obtenga el número de días que han estado en cada uno de los tres países.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos.



El dibujo adjunto muestra la gráfica de una función $y = f(x)$. Usando la información de la figura, se pide:

a) (0.5 puntos) Indicar los valores de $f(-1)$ y $f'(1)$.

b) (1 punto) Justificar, usando límites laterales, si f es continua en los puntos $x = -1$ y $x = 0$.

c) (0.5 puntos) Indicar razonadamente si f es derivable en los puntos $x = -1$ y $x = 0$.

d) (0.5 puntos) Determinar el valor de $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,dx$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dados el punto $P(0,-1,1)$ y la recta r, que pasa por el punto $Q(1,0,1)$ y tiene como vector director $\vec{v} = (0,1,2)$, se pide:

a) (0.5 puntos) Hallar la ecuación implícita del plano que contiene a r y pasa por P.

b) (0.5 puntos) Encontrar el punto S contenido en r tal que el vector $\overrightarrow{SP}$ sea perpendicular a la recta r.

c) (1.5 punto) Hallar el área del triángulo cuyos vértices son el punto P y dos puntos T_1, T_2, contenidos en la recta r, que están a distancia $\sqrt{5}$ de P.

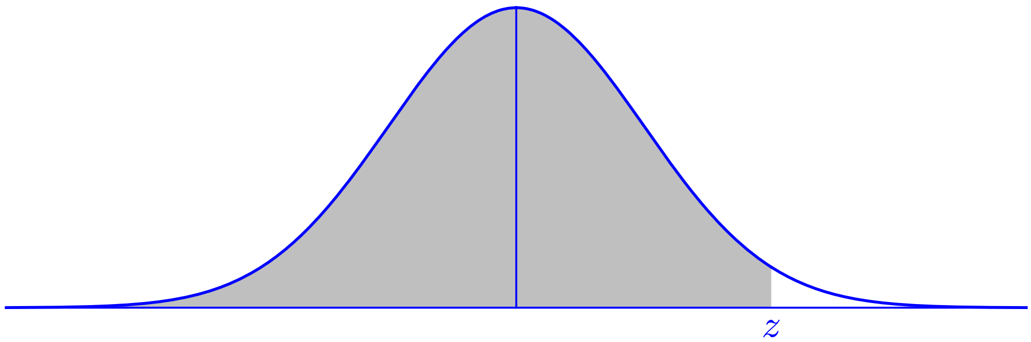
Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

La variable aleatoria X sigue una distribución normal de media $\mu = 8.5$ y desviación típica $\sigma = 2.5$. Se pide:

a) (1.25 puntos) Calcular el valor a tal que $P(X \leq a) = 0.05$.

b) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que la variable tome un valor comprendido entre 8 y 9.3.

Distribución Normal



Ejemplo: si Z tiene distribución $\mathrm{N}(0,1)$, $P(Z < 0{,}45) = 0{,}6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.
En cada ejercicio, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en las soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

a) Por la obtencion del valor crítico ($\alpha = 1$): 0.75 puntos (repartidos en planteamiento: 0.5; resolución: 0.25). Por obtener el rango: 0.25 puntos, para cada uno de los dos casos ($[\alpha = 1]$, $[\alpha \neq 1]$).
b) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.
c) Procedimiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.

Ejercicio 2.

a) Planteamiento: 0.25 puntos. Cada límite lateral 0.25 puntos.
b) Saber qué límites hay que calcular para las A. H.: 0.25 puntos. Calcular cada uno: 0.25 puntos. Justificar que no hay A. V.: 0.25 puntos.
c) Sustituir adecuadamente $f(x)$ en la integral a calcular: 0.25 puntos. Cálculo correcto de la primitiva: 0.25 puntos. Aplicar regla de Barrow: 0.25 puntos.

Ejercicio 3.

a) Obtención de la dirección ortogonal: 0.5 puntos. Hacer que el vector sea unitario: 0.25 puntos. Elegir el signo adecuado: 0.25 puntos.
b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Ejercicio 4.

a) Calcular cada una de las probabilidades pedidas: 0.5 puntos (repartidos en resultado: 0.25, justificación: 0.25).
b) Obtener la probabilidad de dar positivo en el test: 0.5 puntos. Obtener la probabilidad de diabético condicionado a positivo: 1 punto (repartido en procedimiento: 0.5, resultado: 0.5).

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

Planteamiento correcto del sistema de ecuaciones: 1.5 puntos (0.5 por cada ecuación). Resolución del sistema: 1 punto (repartido en procedimiento: 0.5, cálculos: 0.5). Si alguna de las ecuaciones del sistema está mal planteada, pero se obtiene un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas, calificar la parte correspondiente a su resolución.

Ejercicio 2.

a) Por cada valor correcto: 0.25 puntos.
b) Por estudiar la continuidad en cada punto: 0.5 puntos.
c) Por justificar la no derivabilidad en cada punto: 0.25 puntos.
d) Resultado: 0.25 puntos. Justificación: 0.25 puntos.

Ejercicio 3.

a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
b) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
c) Hallar los puntos T_1 y T_2: 1 punto. Área del triángulo: 0.5 puntos.

Ejercicio 4.

a) Procedimiento: 0.75 puntos. Cálculos: 0.5 puntos.
b) Procedimiento: 0.75 puntos. Cálculos: 0.5 puntos.