

Ejercicio 55

Calcula la suma de todos los términos de las siguientes progresiones geométricas:

a) $a_n = \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

c) $a_1 = 4, r = 0,2$

b) $a_n = 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

d) 20, 4, 0,8, 0,16, ...

Solución.

Utilizaremos la fórmula de la suma de todos los términos de una progresión aritmética de razón $|r| < 1$, que es:

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - r}$$

a) $a_n = \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

$$\begin{cases} a_1 = -1/5 \\ a_2 = 1/10 \\ r = \frac{a_2}{a_1} = -1/2 \end{cases} \Rightarrow S_{\infty} = \frac{-\frac{1}{5}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} \Rightarrow \boxed{S_{\infty} = -\frac{2}{15}}$$

b) $a_n = 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

$$\begin{cases} a_1 = 6 \\ r = 2/3 \end{cases} \Rightarrow S_{\infty} = \frac{6}{1 - \frac{2}{3}} \Rightarrow \boxed{S_{\infty} = 18}$$

c) $a_1 = 4, r = 0,2$

$$S_{\infty} = \frac{4}{1 - 0,2} \Rightarrow \boxed{S_{\infty} = 5}$$

d) 20, 4, 0,8, 0,16, ... $\begin{cases} a_1 = 20 \\ r = 4/20 = 1/5 \end{cases} \Rightarrow S_{\infty} = \frac{20}{1 - \frac{1}{5}} \Rightarrow \boxed{S_{\infty} = 25}$

_____ ○ _____