

Ejercicio 14

El primer metro de excavación de un pozo cuesta 20€, el segundo 5€ más que el primero y el tercero 5€ más que el segundo y así sucesivamente.

- a) ¿Qué profundidad se alcanzará con 1350€?
- b) ¿Cuánto costaría excavar un pozo de 300 m?
- c) Utilizando las progresiones expresa el coste de la excavación en función del número de metros excavados

Solución.

El coste de excavación (en euros) del pozo en función de la profundidad (en metros) es una progresión aritmética con $a_1 = 20$ y $d = 5$. El término general será:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 20 + (n - 1) \cdot 5 \implies \boxed{a_n = 5n + 15}$$

- a) ¿Qué profundidad se alcanzará con 1350€?

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 n + \frac{(n - 1) \cdot d}{2} \cdot n \implies 1350 = 20n + \frac{(n - 1) \cdot 5}{2} \cdot n \\ \implies 2700 &= 40n + 5n^2 - 5n \implies 5n^2 - 35n - 2700 = 0 \\ \implies n^2 - 7n - 540 &= 0 \implies \begin{cases} \boxed{n = 27 \text{ m}} \\ n = -20 \end{cases} \end{aligned}$$

- b) ¿Cuánto costaría excavar un pozo de 300 m?

$$S_{300} = a_1 \cdot 300 + \frac{(300 - 1) \cdot d}{2} \cdot 300 \implies S_{300} = 20 \cdot 300 + \frac{299 \cdot 5}{2} \cdot 300 \implies \boxed{S_{300} = 230250\text{€}}$$

- c) Utilizando las progresiones expresa el coste de la excavación en función del número de metros excavados

$$S_n = a_1 n + \frac{(n - 1) \cdot d}{2} \cdot n = 20n + \frac{(n - 1) \cdot 5}{2} \cdot n \implies \boxed{S_n = \frac{5n^2 + 35n}{2}}$$

_____ o _____