

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga **NINGUNA** de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Para cada uno de los siguientes apartados, proponga un ejemplo de matriz cuadrada A , de dimensión 3×3 , con todos sus números distintos de cero y con sus tres filas y columnas diferentes, que cumpla la condición pedida.

- a) (0.5 puntos) El determinante de A vale 0.
- b) (0.5 puntos) El determinante de A vale 1.
- c) (0.5 puntos) La matriz A coincide con su traspuesta.
- d) (1 punto) Para una cierta matriz cuadrada C , distinta de la matriz nula y de la identidad, se verifica que $A \cdot C = C \cdot A$. (Debe proponer ejemplos concretos para las dos matrices A y C .)

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

La contaminación por dióxido de nitrógeno, NO_2 , en cierta estación de medición de una ciudad, durante el pasado mes de abril, se puede modelar por la función $c(t) = 80 - 6t + \frac{23t^2}{20} - \frac{t^3}{30}$ mg/m³, donde $t \in [0, 30]$ representa el tiempo, **expresado en días**, transcurrido desde las 0 horas del día 1 de abril.

- a) (0.5 puntos) ¿Qué nivel de NO_2 , había a las 12 horas del día 10 de abril?
- b) (1.25 puntos) ¿En qué momento se alcanzó el máximo nivel de NO_2 ? ¿cuál fue ese nivel máximo?
- c) (0.75 puntos) Calcule, mediante $\frac{1}{30} \int_0^{30} c(t) dt$, el nivel promedio del mes.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dados los puntos $A(1, 2, -3)$, $B(1, 5, 0)$, $C(5, 6, -1)$ y $D(4, -1, 3)$, se pide:

- a) (1.5 puntos) Calcular el plano π que contiene a los puntos A, B, C y la distancia del punto D a dicho plano.
- b) (0.5 puntos) Calcular el volumen del tetraedro definido por los cuatro puntos dados.
- c) (0.5 punto) Calcular el área del triángulo definido por A, B y C .

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

El examen de oposición a la Administración Local de cierta ciudad consta de 300 preguntas, con respuesta verdadero o falso. Un opositor responde al azar todas las preguntas. Se considera la variable aleatoria X ("número de respuestas acertadas") y se pide:

- a) (1.5 puntos) Justificar que la variable X se puede aproximar por una normal y obtener los parámetros correspondientes.
- b) (1 punto) Utilizando la aproximación por la normal, hallar la probabilidad de que el opositor acierte a lo sumo 130 preguntas y la probabilidad de que acierte exactamente 160 preguntas.

OPCIÓN B

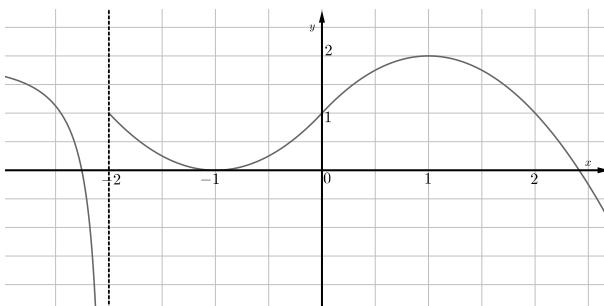
Ejercicio 1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x - my - z = 0, \\ mx - 4y + (6 - 2m)z = -8m, \\ -x + 2y + z = 6, \end{cases}$ se pide:

- a) (2 puntos) Discutir el sistema en función de los valores del parámetro m .
- b) (0.5 puntos) Resolver el sistema en el caso $m = 6$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

- a) (1 punto) A partir de la siguiente gráfica de la función f , determine los valores de: $f'(-1)$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.



- b) (1.5 puntos) Calcule $\int_{-3}^{\pi} g(x) dx$, donde $g(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & \text{si } -3 \leq x \leq 0, \\ 1 + \sin x & \text{si } 0 < x \leq 4. \end{cases}$

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 2 + \lambda, \\ y = 3 + \lambda, \\ z = 1 - \lambda, \end{cases}$ $s \equiv \begin{cases} x - y = 2, \\ y + z = 1, \end{cases}$ se pide:

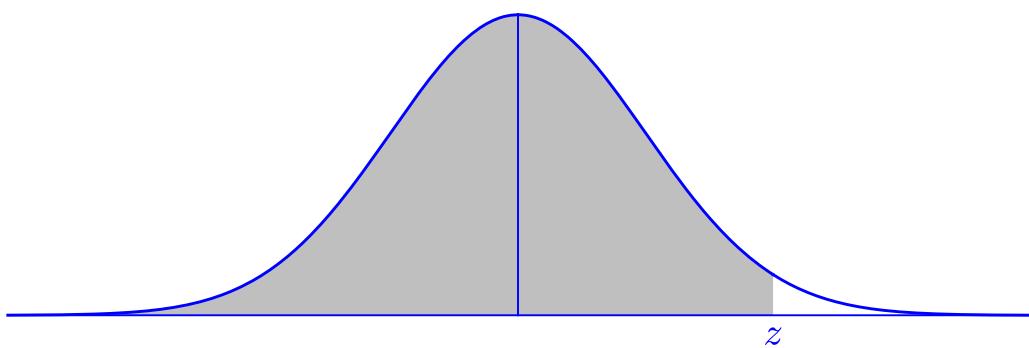
- a) (1 punto) Determinar la posición relativa de r y s .
- b) (1 punto) Obtener un plano que contenga a las dos rectas.
- c) (0.5 puntos) Dado el punto $A(3, 1, 0)$, de la recta s , obtener un punto B , de la recta r , de modo que el vector \vec{AB} sea perpendicular a la recta r .

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

El grupo de WhatsApp, formado por los alumnos de una escuela de idiomas, está compuesto por un 60% de mujeres y el resto varones. Se sabe que el 30% del grupo estudia alemán y que la cuarta parte de las mujeres estudia alemán. Se recibe un mensaje en el grupo. Se pide:

- a) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que lo haya enviado una mujer, si se sabe que el o la remitente estudia alemán.
- b) (1.25 puntos) Si en el mensaje no hay ninguna información sobre el sexo y estudios del remitente, calcular la probabilidad de que sea varón y estudie alemán.

DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si Z tiene distribución $N(0, 1)$, $P(Z < 0,45) = 0,6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS II
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

En cada ejercicio, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en las soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

- a)** Resultado: 0.25 puntos. Justificación 0.25 puntos.
- b)** Resultado: 0.25 puntos. Justificación 0.25 puntos.
- c)** Resultado: 0.25 puntos. Justificación 0.25 puntos.
- d)** Resultado: 0.5 puntos. Justificación 0.5 puntos.

Ejercicio 2.

- a)** Saber en qué punto hay que evaluar: 0.25 puntos. Resultado de la evaluación: 0.25 puntos.
- b)** Calcular la derivada: 0.25 puntos. Hallar los puntos críticos 0.25 puntos. Obtener y justificar el momento en que se alcanza máximo: 0.5 puntos. Decir el valor máximo: 0.25 puntos.
- c)** Calcular la primitiva: 0.5 puntos. Aplicar la regla de Barrow: 0.25 puntos.

Ejercicio 3.

- a)** Calcular el plano: 1 punto (repartido en procedimiento: 0.5, cálculos: 0.5). Calcular la distancia: 0.5 puntos (procedimiento: 0.25, cálculos: 0.25).
- b)** Procedimiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.
- c)** Procedimiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.

Ejercicio 4.

- a)** Justificar que X es $B(300, 0.5)$ y se puede aproximar por una normal: 0.5 puntos. Obtener correctamente cada parámetro de la normal: 0.5 puntos.
- b)** Cada probabilidad: 0.5 puntos, repartidos en 0.25 por el procedimiento y 0.25 por el resultado.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

- a)** Por la obtención de los valores críticos ($m = 2, m = 6$): 0.5 puntos (repartidos en planteamiento: 0.25; resolución: 0.25). Por discutir el sistema en cada uno de los tres casos ($[m = 2], [m = 6], [m \neq 2, m \neq 6]$): 0.5 puntos.
- b)** Procedimiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.

Ejercicio 2.

- a)** Determinar correctamente cada valor: 0.25 puntos.
- b)** Plantear correctamente la suma de las dos integrales: 0.5 puntos. Obtener cada primitiva: 0.25 puntos. Aplicar correctamente la regla de Barrow en cada integral: 0.25 puntos.

Ejercicio 3.

- a)** Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b)** Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- c)** Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Ejercicio 4.

- a)** Identificar la probabilidad a calcular: 0.5 puntos. Procedimiento: 0.5 puntos. Resultado: 0.25 puntos.
- b)** Identificar la probabilidad a calcular: 0.5 puntos. Procedimiento: 0.5 puntos. Resultado: 0.25 puntos.