

Ejercicio 5 (2 puntos)

El peso, en kilogramos, de los niños de diez años en la comunidad de Madrid se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de μ desconocida y desviación típica $\sigma = 3$ kilogramos.

- a) Calcúlese un intervalo de confianza al 95 % para μ si se ha tomado una muestra aleatoria simple de 9 niños de diez años y se han obtenido los siguientes pesos en kilogramos:

37, 40, 42, 39, 41, 40, 39, 42, 40

- b) Determínese el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de la media muestral sea menor que 1 kilogramo con un nivel de confianza 99 %.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2018 - Opción B)

Solución.

a) $X : \mathcal{N}(\mu, 3) \xrightarrow{n=9} \bar{X} = \frac{37 + 40 + 42 + 39 + 41 + 40 + 39 + 42 + 40}{9} = 40$

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \alpha/2 = 0,025 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$\varepsilon = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \cdot \frac{3}{\sqrt{9}} = 1,96 \Rightarrow I.C. = \bar{X} \pm \varepsilon = (38,04, 41,96)$$

- b) Hallar el mínimo n de tal forma que $\varepsilon \leq 1$, siendo $1 - \alpha = 0,99$

$$1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow \alpha = 0,01 \Rightarrow \alpha/2 = 0,005 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,325$$

$$\varepsilon < 1 \Rightarrow z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 1 \Rightarrow 2,325 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \leq 1 \Rightarrow n \geq \left(2,325 \cdot \frac{3}{1}\right)^2 = 48,65$$

y por tanto $n = 49$

_____ o _____