Ejercicio 5 (2 *puntos*)

Un determinado partido político desea estimar la proporción de votantes, p, que actualmente se decantaría por él.

a) *Asumiendo que $p = 0{,}5$, determínese el tamaño mínimo necesario de una muestra de votantes para garantizar que, con una confianza del 90 %, el margen de error en la estimación no supera el 2 % (±2 %).*

b) *Se tomó una muestra aleatoria simple de 1200 votantes de los cuales 240 afirmaron que votarían por el partido en cuestión. Obténgase un intervalo de confianza del 95 % para la proporción de votantes de ese partido en la población.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2018 - Opción A)

Solución.

Hay que darse cuenta de que estamos manejando proporciones, por lo que la fórmula del intervalo de confianza es la siguiente:

$$I.C. = \hat{p} \pm \varepsilon, \text{ siendo el error } \varepsilon = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

a) Hallar el mínimo n de tal forma que $\varepsilon \leq 0{,}02$, siendo $1-\alpha = 0{,}90$

$$1-\alpha = 0{,}9 \implies \alpha = 0{,}1 \implies \alpha/2 = 0{,}05 \implies 1-\alpha/2 = 0{,}95 \implies z_{\alpha/2} = 1{,}645$$

$$\varepsilon \leq 0{,}02 \implies z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}} \leq 0{,}02 \implies 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}5\cdot 0{,}5}{n}} \leq 0{,}02$$

$$\implies n \geq \left(\frac{1{,}645\cdot 0{,}5}{0{,}02}\right)^2 = 1691{,}27 \text{ y por tanto } \boxed{n = 1692}$$

b)

$$\hat{p} = \frac{240}{1200} = 0{,}2 \implies \hat{q} = 1-\hat{p} = 0{,}8$$

$$1-\alpha = 0{,}95 \implies \alpha = 0{,}05 \implies \alpha/2 = 0{,}025 \implies 1-\alpha/2 = 0{,}975 \implies z_{\alpha/2} = 1{,}96$$

$$\varepsilon = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}} = 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}2\cdot 0{,}8}{1200}} = 0{,}023 \implies I.C. = \hat{p}\pm\varepsilon = (0{,}1774, 0{,}2226)$$