

Ejercicio 5 (2 puntos)

La empresa Dulce.SA produce sobres de azúcar cuyo peso en gramos se puede aproximar por una variable aleatoria X con distribución normal con media $\mu = 4$ gramos y desviación típica $\sigma = 0,5$ gramos.

- Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de la media sea como mucho de 0,25 gramos con un nivel de confianza del 95%.
- Calcúlese la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de 25 sobres, la media muestral, \bar{X} , pese más de 12,25 gramos, sabiendo que $\mu = 12$ gramos.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2018 - Opción A)

Solución.

$$X : \mathcal{N}(4, 0,5) \xrightarrow{n} \bar{X} : \mathcal{N}(4, 0,5/\sqrt{n})$$

- a) Hallar el mínimo n de tal forma que $\varepsilon \leq 0,25$, siendo $1 - \alpha = 0,95$

$$1 - \alpha = 0,95 \implies \alpha = 0,05 \implies \alpha/2 = 0,025 \implies 1 - \alpha/2 = 0,975 \implies z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$\varepsilon < 0,25 \implies z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 0,25 \implies 1,96 \cdot \frac{0,5}{\sqrt{n}} \leq 0,25 \implies n \geq \left(1,96 \cdot \frac{0,5}{0,25}\right)^2 = 15,36$$

y por tanto $n = 16$

b) $X : \mathcal{N}(12, 0,5) \xrightarrow{n=25} \bar{X} : \mathcal{N}(12, 0,5/\sqrt{25}) = \mathcal{N}(12, 0,1)$

$$P(\bar{X} > 12,25) = P\left(Z > \frac{12,25 - 12}{0,1}\right) = P(Z > 2,5) = 1 - P(Z < 2,5) = 1 - 0,9938 = 0,0062$$

————— o —————