

Ejercicio 1 (2 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\left. \begin{aligned} x + y + z &= 3 \\ 2x + y + z &= 2 \\ 5x + 3y + z &= a + 4 \end{aligned} \right\}$$

- a) Discútase en función de los valores del parámetro a .
b) Resuélvase para $a = 1$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2018 - Opción B)

Solución.

MÉTODO DE ROUCHÉ

- a) Escribimos el sistema en forma matricial y hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A .

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 & a+4 \end{array} \right) \Rightarrow |A| = 2$$

$$\blacksquare \forall a \in \mathbb{R} \quad |A| \neq 0 \Rightarrow \text{ran}A = 3 = \text{ran}A^* = n^{\circ} \text{ incóg.} \Rightarrow \text{SIST. COMP. DET.}$$

- b) Resolvemos el sistema para $a = 1$ por el método de Gauss.

$$\begin{aligned} A/A^* &= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 & 5 \end{array} \right) \sim \begin{array}{l} F_2 - 2F_1 \\ F_3 - 5F_1 \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & -2 & -4 & -10 \end{array} \right) \sim F_3 - 2F_2 \\ &\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} x + 3 + 1 = 3 \\ -y - 1 = -4 \\ -2z = -2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} x = -1 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{matrix}}$$

MÉTODO DE GAUSS

- a) Escribimos el sistema en forma matricial y situamos los parámetros lo más abajo a la derecha posible (al no haber parámetros en la matriz de coeficientes lo dejamos tal cual está).

$$\begin{aligned} A/A^* &= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 & a+4 \end{array} \right) \sim \begin{array}{l} F_2 - 2F_1 \\ F_3 - 5F_1 \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & -2 & -4 & a-11 \end{array} \right) \sim F_3 - 2F_2 \\ &\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & -2 & a-3 \end{array} \right) \end{aligned}$$

$$\blacksquare \forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & -2 & a-3 \end{array} \right) \Rightarrow \text{SIST. COMPATIBLE DETERMINADOR}$$

b) Sustituimos $a = 1$ en el sistema escalonado obtenido en el apartado anterior

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{array}{l} x + 3 + 1 = 3 \\ -y - 1 = -4 \\ -2z = -2 \end{array} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x = -1 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{array}}$$

————— o —————

[HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM](https://aprendeconmigomelon.com)