Ejercicio 3 (2 *puntos*)

Se tiene tres cajas iguales. La primera contiene 3 bolas blancas y 4 negras; la segunda contiene 5 bolas negras y, la tercera, 4 blancas y 3 negras.

a) Si se elige una caja al azar y luego se extrae una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea negra?

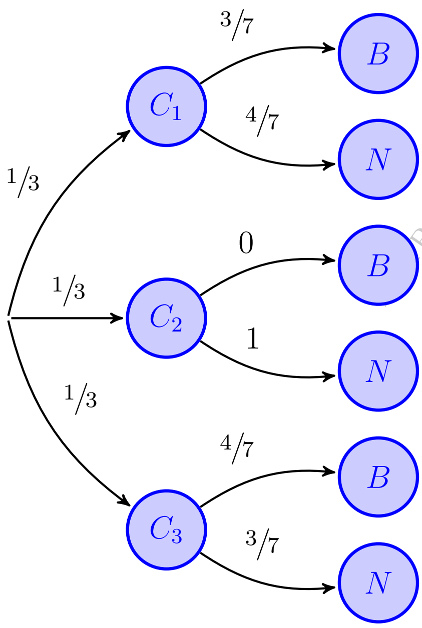
b) Si se extrae una bola negra de una de las cajas, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la segunda caja?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2002 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} C_1 &\equiv \text{"La bola extraída es de la caja nº 1"} \\ C_2 &\equiv \text{"La bola extraída es de la caja nº 2"} \\ C_3 &\equiv \text{"La bola extraída es de la caja nº 3"} \\ B &\equiv \text{"La bola extarída es blanca"} \\ N &\equiv \text{"La bola extraída es negra"} \end{aligned}$$



La probabilidad de elegir una caja cualquiera es $P(C_i) = \dfrac{1}{3}$.
Si hemos elegido la caja nº 1 tenemos que

$$P(B) = \frac{Nžbolasblancas}{\text{Total bolas}} = \frac{3}{7}$$

y de esa forma vamos rellenando todo el árbol.

a)

$$\begin{aligned} P(N) &= P(C_1 \cap N) + P(C_2 \cap N) + P(C_3 \cap N) \\ &= P(C_1) \cdot P(N \mid C_1) + P(C_2) \cdot P(N \mid C_2) \\ &+ P(C_3) \cdot P(N \mid C_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot 1 \\ &+ \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

b)

$$P(C_2 \mid N) = \frac{P(C_2 \cap N)}{P(N)} = \frac{P(C_2) \cdot P(N \mid C_2)}{P(N)}$$
$$= \frac{1/3 \cdot 1}{2/3} = \frac{1}{2}$$